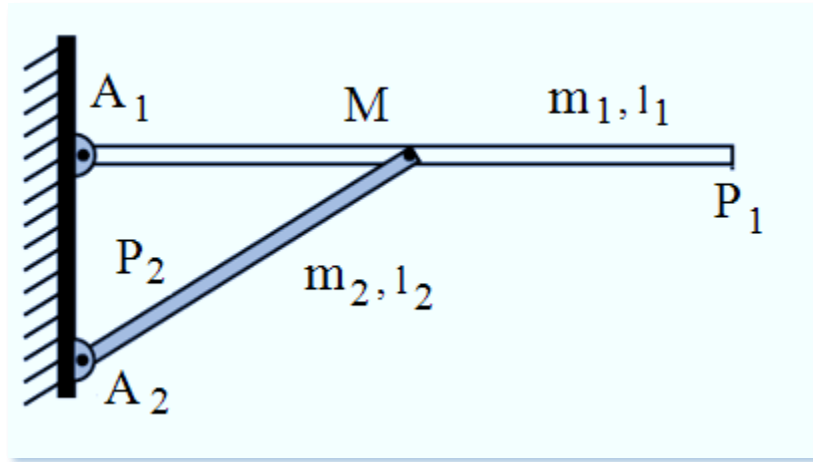


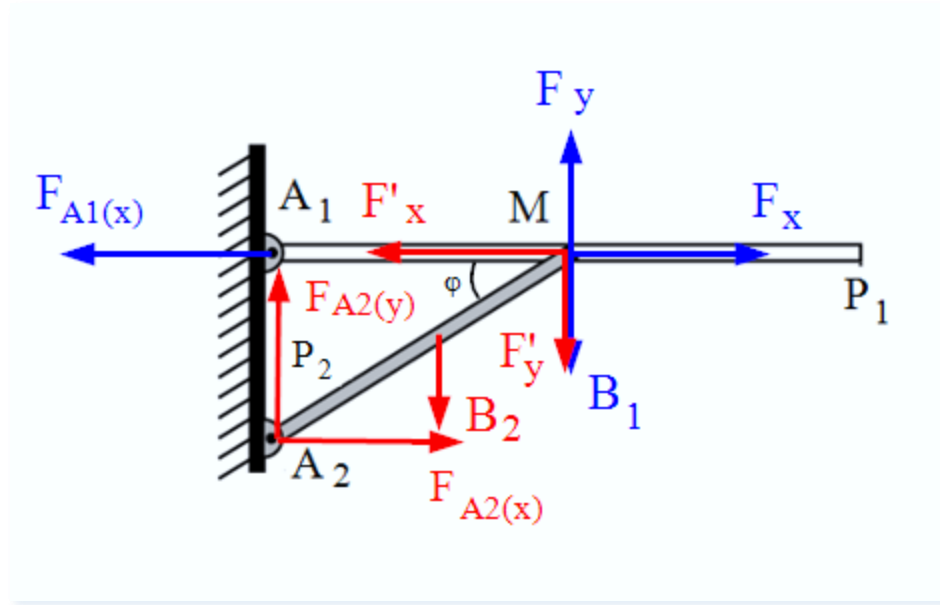
«Αντί νημάτων, ράβδος στήριξης. Μια συνεργατική ισορροπία.»



Η λεπτή ομογενής ράβδος P_1 μάζας $m_1=m$ και μήκους l_1 , ισορροπεί ακίνητη σε οριζόντια διεύθυνση, με τη βοήθεια μιας δεύτερης λεπτής και ομογενούς ράβδου P_2 , από άλλο υλικό, μάζας $m_2=m$ και μήκους l_2 , με $l_1=1,6l_2$ όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Τα άκρα A_1 και A_2 των ράβδων είναι στερεωμένα σε αρθρώσεις στον ίδιο κατακόρυφο τοίχο ως προς τις οποίες μπορούν να περιστρέφονται χωρίς τριβές. Επιπλέον το άλλο άκρο της ράβδου P_2 είναι χαλαρά καρφωμένο στο μέσον M της ράβδου P_1 εξασφαλίζοντας με αυτόν τον τρόπο την ισορροπία του συστήματος. Στο σημείο σύνδεσης M των δύο ράβδων δεν αναπτύσσονται τριβές ενώ αν δεν είναι αρθρωμένες στον κατακόρυφο τοίχο επιτρέπεται η μεταξύ τους σχετική περιστροφή.

Να υπολογίσετε το πηλίκο των μέτρων των δυνάμεων $\frac{F_{A2}}{F_{A1}}$, όπου $\vec{F}_{A1}$ και $\vec{F}_{A2}$, οι δυνάμεις που δέχονται αντίστοιχα οι ράβδοι από τις αρθρώσεις.

Λύση:



Εικόνα 1. Δυνάμεις στις δύο ράβδους.

$$\cos\varphi = \frac{\ell_1/2}{\ell_2} = 0,8 \xrightarrow{\eta\mu^2\varphi + \sigma\upsilon\nu^2\varphi=1} \eta\mu\varphi = 0,6$$

Προκειμένου να εξασφαλιστεί η στροφική ισορροπία της ράβδου (1), απαιτείται τουλάχιστον κατακόρυφη συνιστώσα δύναμη επαφής $\vec{F}_y$, στο σημείο M της σύνδεσης των δύο ράβδων.

Ράβδος (1):

$$\text{Συνθήκη στροφικής ισορροπίας : } \Sigma\tau_{(A1)} = 0 \Rightarrow F_y \cdot \frac{\ell_1}{2} - B_1 \cdot \frac{\ell_1}{2} = 0 \Rightarrow F_y = B_1 = mg$$

$$(F_y = F'_y = mg)$$

Συνθήκη μεταφορικής ισορροπίας στον άξονα $y'y$ για τη ράβδο P_1 :

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{A1(y)} + F_y - B_1 = 0 \Rightarrow F_{A1(y)} = 0$$

Σε ότι αφορά τις δυνάμεις στον άξονα $x'x$, η ανάγκη για στροφική ισορροπία στη ράβδο (2), προϋποθέτει την άσκηση στο σημείο M δύναμης επαφής $\vec{F}'_x$ από την ράβδο (1), προκειμένου να εξουδετερώσει τις δεξιόστροφές ροπές των δυνάμεων $\vec{B}_2$ και $\vec{F}'_y$

($\vec{F}_y$, $\vec{F}_y'$ αποτελούν ζεύγος δράσης-αντίδρασης, δυνάμεων επαφής στο σημείο σύνδεσης M, στον κατακόρυφο άξονα y'y).

Ράβδος (2):

Συνθήκη στρεφικής ισορροπίας :

$$\begin{aligned}\Sigma \tau_{(A_2)} &= 0 \Rightarrow F_x' \cdot \ell_2 \eta \mu \varphi - F_y' \cdot \ell_2 \sigma \nu \varphi - B_2 \cdot \frac{\ell_2}{2} \sigma \nu \varphi = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow F_x' \cdot 0,6 = F_y' \cdot 0,8 + B_2 \cdot 0,4 \Rightarrow F_x' \cdot 0,6 = 1,2mg \Rightarrow \\ &\Rightarrow F_x' = 2mg\end{aligned}$$

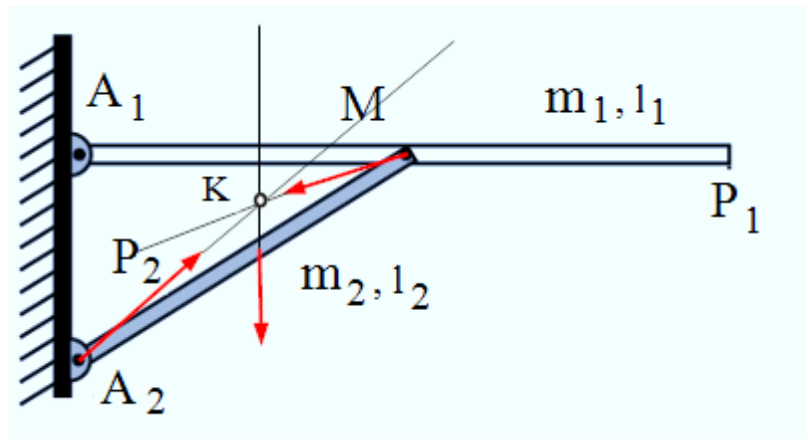
($F_x = F_x' = 2mg$, ως ζεύγος δράσης-αντίδρασης, δυνάμεων επαφής στο σημείο σύνδεσης M, στον οριζόντιο άξονα x'x).

Συνθήκη μεταφορικής ισορροπίας για ράβδο (2):

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \Rightarrow F_{A2(x)} - F_x' = 0 \Rightarrow F_{A2(x)} = F_x' = 2mg \\ \Sigma F_y &= 0 \Rightarrow F_{A2(y)} - B_2 - F_y' = 0 \Rightarrow F_{A2(y)} = B_2 + F_y' = 2mg\end{aligned}$$

Μέτρο δύναμης στην ράβδο (2) από την άρθρωση A_2 : $F_{A2} = \sqrt{F_{A2(x)}^2 + F_{A2(y)}^2} = 2mg\sqrt{2}$ (1)

Μέτρο δύναμης επαφής στο σημείο σύνδεσης M: $F_M = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = mg\sqrt{5}$



Εικόνα 2. Ομοεπίπεδες δυνάμεις στη ράβδο 2.

Συνθήκη μεταφορικής ισορροπίας για Ράβδο (1) στον άξονα $x'x$:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{A1(x)} - F_x = 0 \Rightarrow F_{A1(x)} = F_x = 2mg.$$

Μέτρο δύναμης στην ράβδο P_1 από την άρθρωση A_1 :

$$\vec{F}_{A1} = \vec{F}_{A1(x)} + \vec{F}_{A1(y)} \xrightarrow{\vec{F}_{A1(y)}=0} \vec{F}_{A1} = 2mg \quad (2)$$

Συνεπώς για τα μέτρα των δυνάμεων στις ράβδους από τις αρθρώσεις, ισχύει:

$$\frac{F_{A2}}{F_{A1}} = \frac{2mg\sqrt{2}}{2mg} = \sqrt{2}$$

To be continued...

ΜΑΤΣΙΓΚΟΣ ΑΝΤΩΝΙΟΣ

ΦΥΣΙΚΟΣ-ΕΚΠΑ