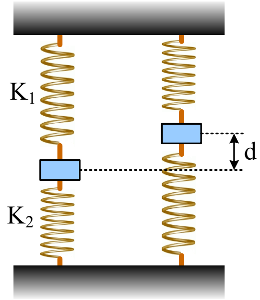
Δυο ελατήρια και ενέργεια ταλάντωσης



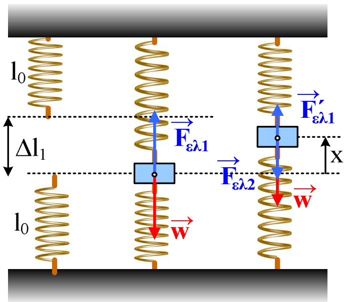
Ένα σώμα μάζας 4kg ηρεμεί δεμένο στα άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων με σταθερές K_1=100N/m και K_2=200N/m, όπως στο διπλανό σχήμα, όπου το κάτω ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω κατά d=0,5m και το αφήνουμε να κινηθεί.

i) Να αποδείξετε ότι η κίνηση του σώματος είναι απλή αρμονική ταλάντωση.

ii) Πόση ενέργεια προσφέραμε στο σώμα για την παραπάνω εκτροπή;

iii) Μόλις μηδενισθεί για πρώτη φορά η ταχύτητα του σώματος, το πάνω ελατήριο λύνεται με αποτέλεσμα το σώμα να ταλαντώνεται στο άκρο μόνο του κάτω ελατηρίου. Να υπολογιστεί η ενέργεια της νέας ταλάντωσης του σώματος.

Απάντηση:



i) Στη θέση ισορροπίας:

$$\Sigma F = 0 \text{ ή } F_{\varepsilon\lambda} - w = 0 \text{ ή } K_1 \Delta l_1 = mg \quad (1)$$

Έστω το σώμα σε μια τυχαία θέση που απέχει κατά x από την θέση ισορροπίας.

Για τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του έχουμε (βλέπε σχήμα):

$$\Sigma F = F_{\varepsilon\lambda 1} - F_{\varepsilon\lambda 2} - w = K_1(\Delta l_1 - x) - K_2 \cdot x - mg \rightarrow$$

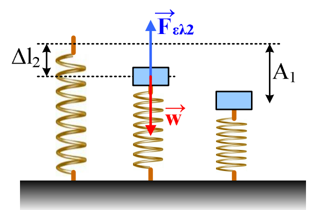
$$\Sigma F = K_1 \Delta l_1 - K_1 \cdot x - K_2 \cdot x - mg \text{ και λόγω της (1)}$$

$$\Sigma F = -(K_1 + K_2) \cdot x,$$

συνεπώς το σώμα εκτελεί α.α.τ. με σταθερά επαναφοράς $D = K_1 + K_2$.

ii) Η ενέργεια που προσφέραμε στο σώμα για να το ανεβάσουμε κατά d, είναι ίση με την ενέργεια ταλάντωσης. Μόλις αφήσουμε το σώμα να κινηθεί έχει μηδενική ταχύτητα, άρα η θέση αυτή είναι ακραία θέση και A= d=0,5m.

$$E_\tau = ½ DA^2 = ½ (K_1 + K_2)A^2 = ½\, 300 \cdot 0{,}25 J = 37{,}5 J.$$



iii) Βρίσκουμε την νέα θέση ισορροπίας, όπου το ελατήριο έχει συσπειρωθεί κατά Δl_2.

$$\Sigma F = 0 \text{ ή } F_{\varepsilon\lambda 2} = mg \text{ ή}$$

$$K_2 \Delta l_2 = mg \text{ ή } \Delta l_2 = \frac{mg}{K_2} = 4 \cdot 10/200 \text{ m} = 0{,}2\text{m}.$$

Την στιγμή που λύθηκε το ελατήριο K_1, το σώμα βρισκόταν στην κάτω ακραία θέση της ταλάντωσής του, απέχοντας κατά Α από την αρχική θέση ισορροπίας του, που το κάτω ελατήριο είχε το φυσικό μήκος του. Στη θέση αυτή απέχει κατά $A_1 - \Delta l_2$ = 0,5m-0,2m = 0,3m από τη νέα θέση ισορροπίας, συνεπώς αυτή είναι και η μέγιστη απομάκρυνση για την νέα ταλάντωσή του. Δηλαδή A_2= 0,3m.

Έτσι έχουμε: $E_2 = ½ DA_2^2 = ½\, 200 \cdot 0{,}3^2 J = 9J$.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους….

Επιμέλεια: *Διονύσης Μάργαρης*