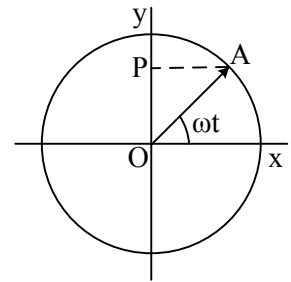


Περιστρεφόμενα διανύσματα και κύκλος αναφοράς.

Έστω ένα διάνυσμα OA το οποίο αρχίζει να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω , γύρω από το άκρο του O ξεκινώντας από την οριζόντια θέση (ταύτιση με τον άξονα Ox). Μετά από χρόνο t το διάνυσμα έχει περιστραφεί κατά γωνία $\theta = \omega t$ και βρίσκεται στη θέση που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αν πάρουμε την προβολή του διανύσματος OP πάνω στον άξονα yy' , αυτή έχει μήκος $(OP) = (OA)\eta\mu\omega t$.



Δηλαδή με άλλα λόγια η προβολή του διανύσματος μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με το χρόνο.

Σκεπτόμενοι αντίστροφα για κάθε μέγεθος που μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο (Εναλλασσόμενη τάση, απομάκρυνση στην ταλάντωση ...) μπορούμε να φανταστούμε ότι έχουμε ένα περιστρεφόμενο διάνυσμα και εμείς ταυτίζουμε το μέγεθος που μας ενδιαφέρει με την προβολή του.

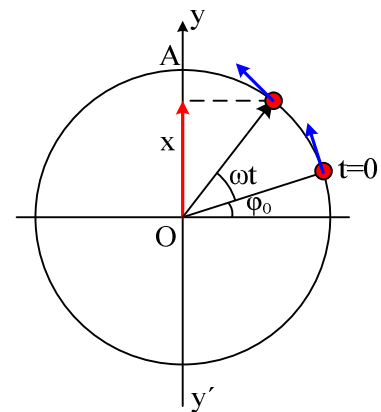
Ή διαφορετικά:

Αν έχουμε ένα σώμα Σ που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, διαγράφοντας έναν κατακόρυφο κύκλο, η προβολή του (η σκιά του) σε κατακόρυφο επίπεδο (σε έναν τοίχο) εκτελεί αρμονική ταλάντωση.

Έτσι για τις ταλαντώσεις, εργαζόμαστε με τον **κύκλο αναφοράς**.

Κύκλος αναφοράς ονομάζεται ο κύκλος που έχει κέντρο τη θέση ισορροπίας του ταλαντούμενου υλικού σημείου και ακτίνα ίση με το πλάτος της αρμονικής ταλάντωσης.

Όταν ένα υποθετικό υλικό σημείο γράφει ομαλά τον κύκλο, η προβολή του στον άξονα $y'y$ εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση και έχει κάθε στιγμή απομάκρυνση από το κέντρο ίση με:



$$x = A \eta\mu(\omega t + \phi_0).$$

Παράδειγμα:

Ένα υλικό σημείο εκτελεί α.α.τ. με εξίσωση $x = 2\eta\mu 10t$ (μονάδες στο S.I.). Ποιος ο ελάχιστος χρόνος που χρειάζεται για να μεταβεί από τη θέση $x=0$ στη θέση $x=1\text{m}$;

Απάντηση:

Η απάντηση μπορεί να δοθεί με δύο τρόπους:

α) Καθαρά με χρήση Τριγωνομετρίας.

Παίρνοντας την εξίσωση της απομάκρυνσης έχουμε:

$$x = 2\eta\mu\omega t \rightarrow$$

$$1 = 2\eta\mu\omega t \rightarrow$$

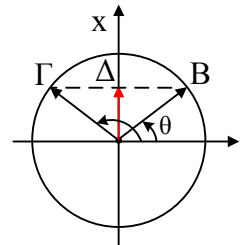
$$\eta\mu 10t = \frac{1}{2} \text{ Άρα}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 10t = 2k\pi + \pi/6 \xrightarrow{k=0} 10t_1 = \frac{\pi}{6} \rightarrow t_1 = \frac{\pi}{60} s \\ \text{ή} \\ 10t = 2k\pi + \pi - \pi/6 \xrightarrow{k=0} 10t_2 = \frac{5\pi}{6} \rightarrow t_2 = \frac{5\pi}{60} s = \frac{\pi}{12} s \end{array} \right.$$

και επειδή θέλουμε τον ελάχιστο χρόνο, δεκτή είναι η λύση $t_1 = \frac{\pi}{60} s$.

β) Από την εξίσωση της απομάκρυνσης προκύπτει ότι το πλάτος $A=2m$. Παίρνουμε τον κύκλο αναφοράς.

Αφού η απομάκρυνση $x=1m$ είναι το μισό του πλάτους, το υλικό σημείο βρίσκεται στη θέση Δ , συνεπώς το περιστρεφόμενο διάνυσμα που δείχνει τη θέση του υποτιθέμενου σώματος που διαγράφει τον κύκλο, βρίσκεται ή στη θέση B ή στη θέση Γ. Από το τρίγωνο $O\Delta B$ έχουμε $\eta\mu\theta = \frac{O\Delta}{OB} = \frac{1}{2}$ άρα $\theta=30^\circ$.



Κατά συνέπεια η γωνία που έχει διαγράψει το περιστρεφόμενο διάνυσμα είναι:

- 1) $\theta=30^\circ \rightarrow \vartheta = \frac{\pi}{6}$ για το σημείο B ή
- 2) $\theta'=180^\circ-30^\circ = 150^\circ = \frac{5\pi}{6}$ για το σημείο Γ.

Πρώτη φορά φτάνει σε απομάκρυνση $x=1m$ για $\vartheta = \frac{\pi}{6}$, οπότε $\theta=\omega t \rightarrow$

$$t = \frac{\pi}{6\omega} = \frac{\pi}{60} s.$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης