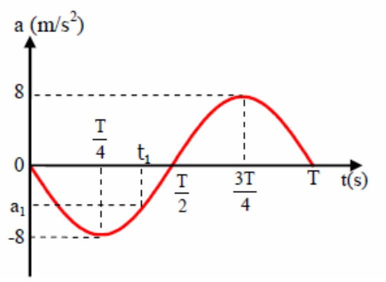
Άσκηση 2η στις θεμελιώδεις έννοιες της ΑΑΤ.

Σώμα μάζας m=0,4kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και σε χρόνο t=10πs διέρχεται από ακραία θέση της τροχιάς του N=20 φορές έχοντας εκτελέσει ακέραιο πλήθος πλήρων ταλαντώσεων. Αν η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο είναι όπως στο διάγραμμα του σχήματος και τη χρονική στιγμή t_1 η επιτάχυνση έχει αριθμητική τιμή $a_1 = -\omega\upsilon_1$ όπου ω= η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης και υ_1= η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t_1:



i) Να υπολογιστεί η κυκλική συχνότητα ω της απλής αρμονικής ταλάντωσης.

ii) Να υπολογιστεί η απομάκρυνση του σώματος x_1, η ταχύτητά του υ_1 και η επιτάχυνσή του a_1 τη χρονική στιγμή t_1.

iii) Να γίνει η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης και της συνισταμένης δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο.

iv) Να γίνει η γραφική παράσταση της συνισταμένης δύναμης σε συνάρτηση με την ταχύτητα ΣF=ΣF(υ).

v) Να υπολογιστεί το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος στο χρονικό διάστημα $\Delta t = \frac{3T}{4} - t_1$

ΛΥΣΗ

i) Σε κάθε περίοδο T το σώμα βρίσκεται σε ακραία θέση της τροχιάς του 2 φορές. Άρα:

$$T = \frac{2t}{N} \Rightarrow T = \frac{2\cdot 10\pi}{20} \Rightarrow T = \pi\,s \Rightarrow \frac{2\pi}{\omega} = \pi \Rightarrow \omega = 2rad/s \quad (1)$$

ii) Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης $|a_{max}|$ από το διάγραμμα είναι:

$$|a_{max}| = 8m/s^2 \Rightarrow \omega^2 A = 8 \overset{(1)}{\Rightarrow} 4A = 8 \Rightarrow A = 2m \quad (2)$$

Από τη δοθείσα σχέση $a_1 = -\upsilon_1\omega$ και την $a_1 = -\omega^2 x_1$ προκύπτει: $-\omega^2 x_1 = -\upsilon_1\omega \Rightarrow \upsilon_1 = \omega x_1$ (3).

Από τη σχέση $\upsilon_1 = \pm\omega\sqrt{A^2 - x_1^2} \overset{(3)}{\Rightarrow} \omega x_1 = \pm\omega\sqrt{A^2 - x_1^2} \Rightarrow \omega^2 x_1^2 = \omega^2(A^2 - x_1^2) \Rightarrow$

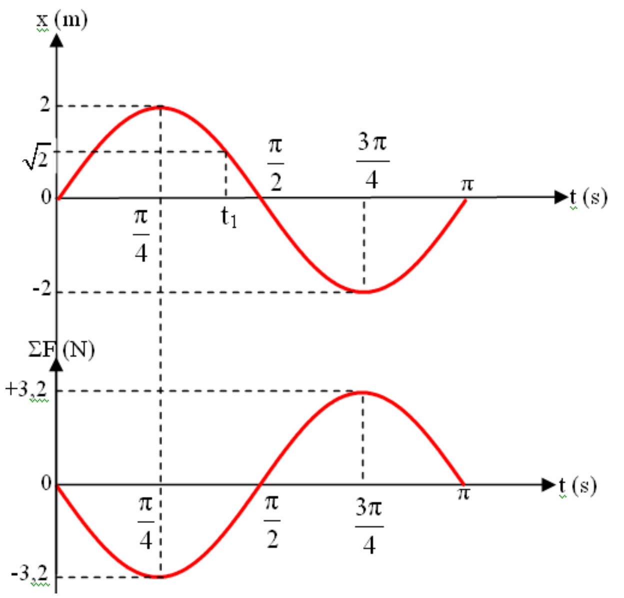
$$x_1^2 = A^2 - x_1^2 \Rightarrow 2x_1^2 = A^2 \Rightarrow x_1 = \pm\frac{A\sqrt{2}}{2} \overset{(2)}{\Rightarrow} x_1 = \pm\sqrt{2}m.$$

Επειδή τη χρονική στιγμή t_1 η επιτάχυνση είναι αρνητική ($a_1<0$) η απομάκρυνση του σώματος πρέπει να είναι θετική $x_1>0$. Άρα $x_1 = \sqrt{2}m$.

Από την (3) με αριθμητική αντικατάσταση: $\upsilon_1 = 2\sqrt{2}m/s$ (4) και από την

$$a_1 = -\upsilon_1\omega \overset{(4)}{\Rightarrow} a_1 = -2\sqrt{2}\cdot 2 \Rightarrow a_1 = -4\sqrt{2}m/s^2.$$

iii) Οι γραφικές παραστάσεις της απομάκρυνσης x=2ημ2t (S.I) και της συνισταμένης δύναμης ΣF=-3,2ημ2t (S.I) σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:



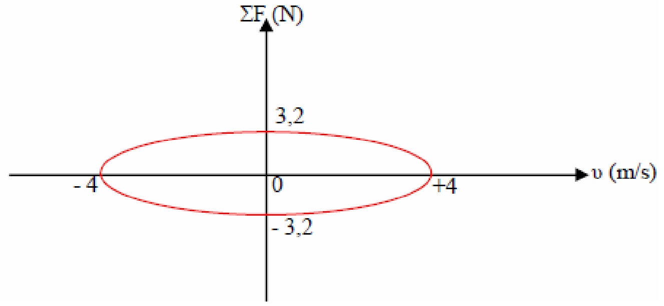
iv) Η συνισταμένη δύναμη της ταλάντωσης δίνεται και από το 2ο νόμο του Newton: ΣF=ma.Από τη σχέση

$a = \pm\omega\sqrt{\upsilon_{max}^2 - \upsilon^2}$ προκύπτει $\Sigma F = \pm m\omega\sqrt{\upsilon_{max}^2 - \upsilon^2}$ και με αριθμητική αντικατάσταση:

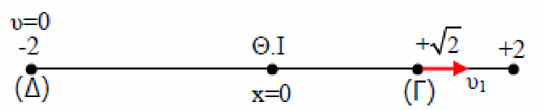
$\Sigma F = \pm 0,8\sqrt{16 - \upsilon^2}$.

Η γραφική παράσταση ΣF=ΣF(υ) είναι έλλειψη και φαίνεται στο διάγραμμα:

υ(m/s)	-4	0	+4
ΣF (N)	0	2,56	0



v) Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος είναι $\left|\Delta\vec{P}\right| = \left|\vec{P}_\tau - \vec{P}_\alpha\right|$ (7). Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα βρίσκεται στη θέση $x_1=+\sqrt{2}$ (ΘΕΣΗ Γ) και έχει ταχύτητα $\upsilon_1=2\sqrt{2}$ m/s και από τη γραφική παράσταση της x=x(t) φαίνεται ότι τη χρονική στιγμή $t_2=\frac{3T}{4}$ το σώμα βρίσκεται στη θέση x_2=-2m (ΘΕΣΗ Δ) όπου έχει ταχύτητα $\upsilon_2=0$ διότι είναι ακραία θέση της τροχιάς.



Από (7): $\left|\Delta\vec{P}\right| = \left|0 - m\upsilon_1\right| \Rightarrow \left|\Delta\vec{P}\right| = m\upsilon_1 \overset{(4)}{\Rightarrow} \left|\Delta\vec{P}\right| = 0,8\sqrt{2}\,\text{kg m / s}$.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους….

Επιμέλεια

Ξ. Στεργιάδης