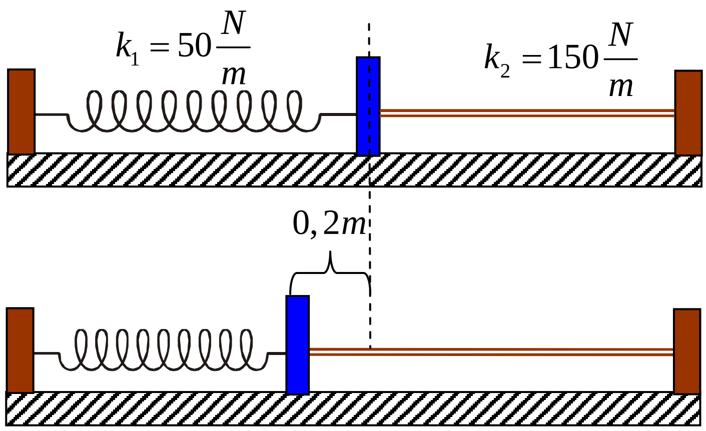
# *Ένα ελατήριο και ένα λάστιχο.*




Ένα σώμα μάζας 2kg τοποθετείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συνδέεται όπως δείχνει το σχήμα με οριζόντιο ελατήριο και οριζόντιο λάστιχο που βρίσκονται στην ίδια με το σώμα ευθεία. Τα ελατήριο και το λάστιχο έχουν στη θέση μηδέν τα φυσικά τους μήκη. Εκτρέπουμε το σώμα προς τα αριστερά κατά 0,2 m και το αφήνουμε ελεύθερο. Να θεωρήσετε ως δεδομένο ότι όταν το λάστιχο είναι τεντωμένο το σύστημα εκτελεί α.α.τ. με D = $k_1$+$k_2$.
Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις της θέσης και της ταχύτητας του σώματος συναρτήσει του χρόνου.
Χρονική στιγμή μηδέν είναι αυτή που αφέθηκε και θετική κατεύθυνση η προς τα δεξιά.

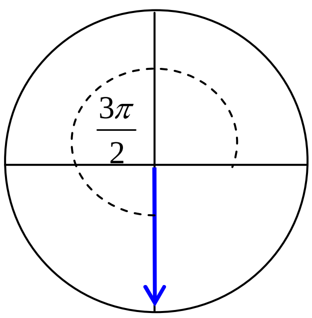
**Απάντηση:**

**Το ξεκίνημα**

Μέχρι την άφιξη στη θέση ισορροπίας του το σώμα εκτελεί α.α.τ. με $D = k_1 + k_2 = 200\frac{N}{m}$.

Προφανώς $\omega_1 = \sqrt{\frac{D}{m}} = 10\frac{rad}{s}$ και $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{\pi}{5}s$

Φτάνει στη θέση ισορροπίας σε χρόνο $t_1 = \frac{T_1}{4} = \frac{\pi}{20}s$ έχοντας ταχύτητα $\upsilon_m = \omega_1 A_1 = 2\frac{m}{s}$.




Με χρήση στρεφόμενου βρίσκουμε εύκολα ότι η αρχική του φάση είναι $\frac{3\pi}{2}$.

Η εξίσωση θέσης του είναι επομένως:
$x = A_1\eta\mu\left(\omega_1 t + \frac{3\pi}{2}\right) = 0,2\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right)$ $(S.I)$ Όταν $0 \le t \le \frac{\pi}{20}s$.

Όσο για την ταχύτητα $\upsilon = A_1\omega_1\sigma\upsilon\nu\left(\omega_1 t + \frac{3\pi}{2}\right) = 2\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right)$ $(S.I)$

Όταν $0 \le t \le \frac{\pi}{20}s$.

**Η συνέχεια**
Όταν φτάνει στη θέση ισορροπίας του το λάστιχο, αποκτώντας το φυσικό του μήκος, παύει να δρα (μόνο έλκει).

Το σώμα εκτελεί α.α.τ. με σταθερά επαναφοράς $k_1 = 50\frac{N}{m}$ και γωνιακή συχνότητα $\omega_2 = \sqrt{\frac{k_1}{m}} = 5\frac{rad}{s}$.

Η περίοδος είναι $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 0,4\pi s$.

Η μέγιστη ταχύτητα είναι η ίδια $\upsilon_m = 2\dfrac{m}{s}$ αλλά το νέο πλάτος είναι $A_2 = \dfrac{\upsilon_m}{\omega_2} = 0,4m$.

Θα φτάσει στη θέση πλάτους τη στιγμή $t_1 + \dfrac{T_2}{4} = \dfrac{3\pi}{20}s$

Θα επιστρέψει στη θέση ισορροπίας τη στιγμή $t_1 + \dfrac{T_2}{2} = \dfrac{\pi}{4}s$

Όσον αφορά στη νέα ταλάντωση επειδή βρίσκεται στη θέση ισορροπίας έχοντας θετική ταχύτητα η αρχική φάση είναι μηδέν και η εξίσωση θέσης του είναι:

$$x = A_2\eta\mu\omega_2\Delta t = 0,4\eta\mu\left[5\left(t-\frac{\pi}{20}\right)\right] = 0,4\eta\mu\left(5t-\frac{\pi}{4}\right) \quad (S.I) \text{ Όταν } \frac{\pi}{20}s \le t \le \frac{\pi}{4}s$$

Η ταχύτητα είναι $\upsilon = A_2\omega_2\sigma\upsilon\nu\omega_2\Delta t = 2\sigma\upsilon\nu\left(5t-\dfrac{\pi}{4}\right) \quad (S.I)$ όταν $\dfrac{\pi}{20}s \le t \le \dfrac{\pi}{4}s$

**Η επιστροφή**

Όταν φτάσει στη θέση ισορροπίας θα δράσει πάλι το λάστιχο και θα ξεκινήσει πάλι η πρώτη ταλάντωση. Επειδή φτάνει στη θέση ισορροπίας με ταχύτητα αρνητική θα έχουμε αρχική φάση $\pi$.

Η εξίσωση θέσης θα είναι $x = A_1\eta\mu(\omega_1\Delta t+\pi) = 0,2\eta\mu\left[10\left(t-\dfrac{\pi}{4}\right)+\pi\right] = 0,2\eta\mu\left(10t-\dfrac{3\pi}{2}\right) \ (S.I)$

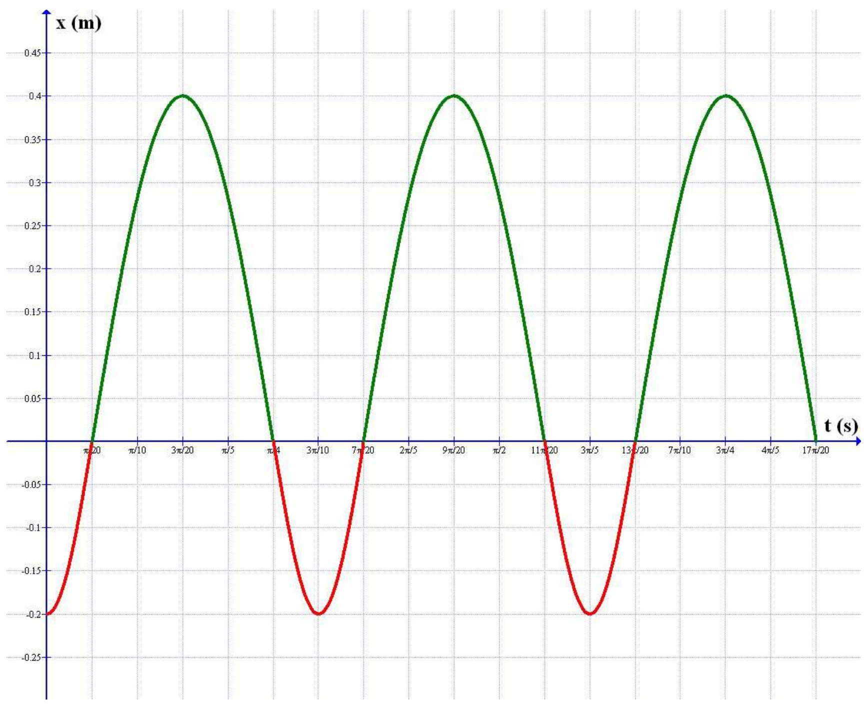
Όταν $\dfrac{\pi}{4}s \le t \le \dfrac{3\pi}{10}s$, διότι θέλει επιπλέον χρόνο $t_1 = \dfrac{T_1}{4} = \dfrac{\pi}{20}s$ για να φτάσει πάλι στην ακραία θέση.

Η ταχύτητα είναι $\upsilon = A_1\omega_1\sigma\upsilon\nu(\omega_1\Delta t+\pi) = 2\sigma\upsilon\nu\left[10\left(t-\dfrac{\pi}{4}\right)+\pi\right] = 2\sigma\upsilon\nu\left(10t-\dfrac{3\pi}{2}\right) \ (S.I)$

Για $\dfrac{\pi}{4}s \le t \le \dfrac{3\pi}{10}s$

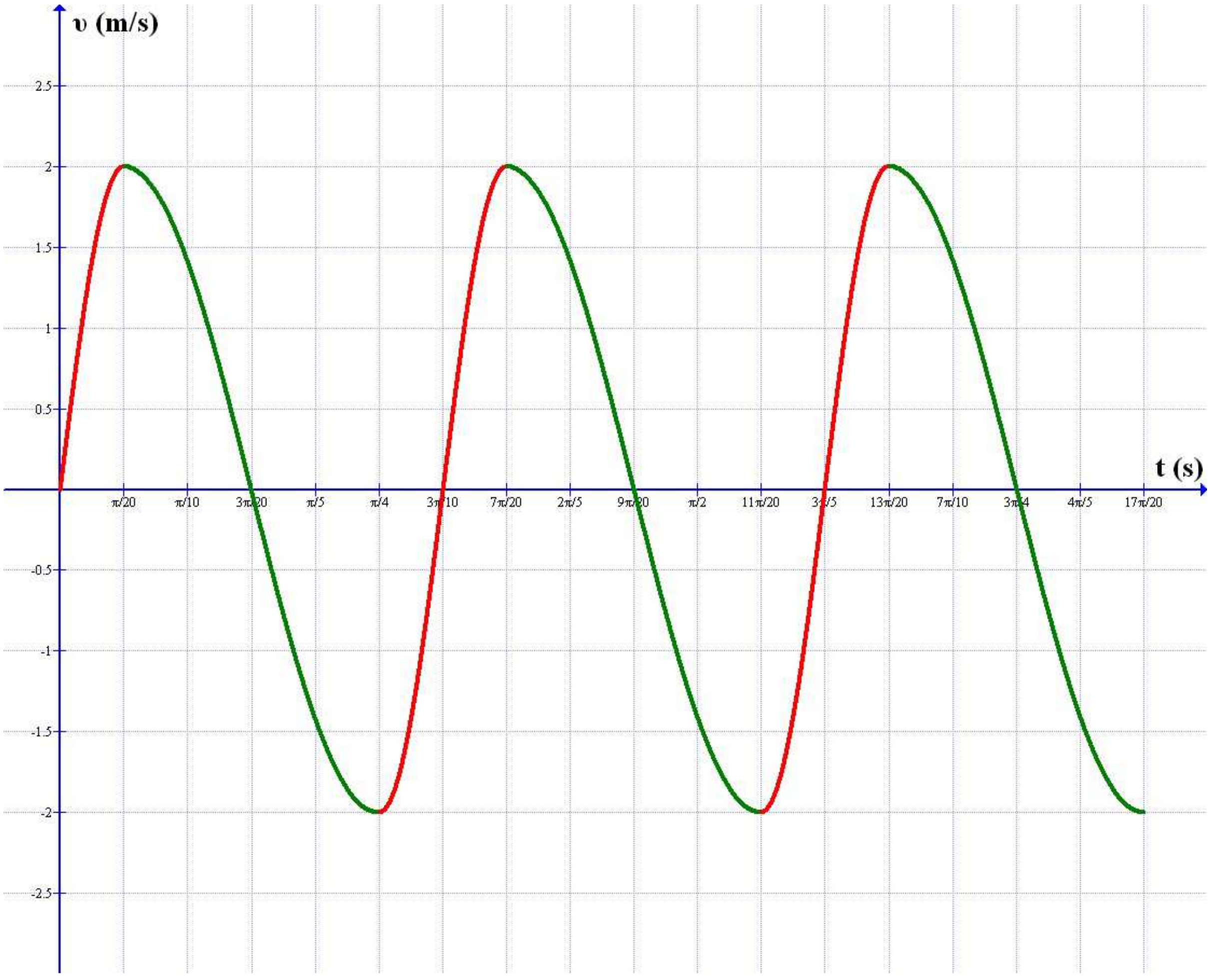
Εδώ ήρθαμε πάμε να φύγουμε. Η περίοδος του φαινομένου είναι $\dfrac{3\pi}{10}s$.

Η γραφική παράσταση της θέσης είναι η παρακάτω:



**Προσοχή δεν είναι αρμονική καμπύλη μετατοπισμένη!!**

Η γραφική παράσταση της ταχύτητας είναι η παρακάτω:




Οι μεγαλύτερες κλίσεις της κόκκινης καμπύλης (μεγαλύτερες επιταχύνσεις) οφείλονται στο ότι η δύναμη είναι μεγαλύτερη μια και μπαίνει στο παιγνίδι και το λάστιχο.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους….

Επιμέλεια:
***Γιάννης Κυριακόπουλος***