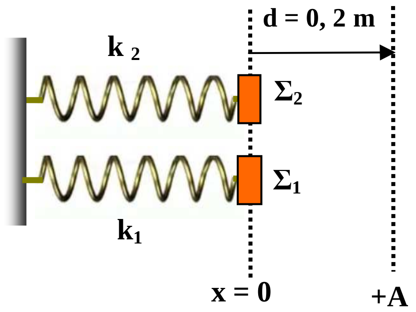
Δυο ταλαντώσεις πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο



Τα σώματα Σ_1, Σ_2 του σχήματος, έχουν μάζες m_1= 1 kg, m_2= 4 kg αντίστοιχα και ηρεμούν σε ισορροπία πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τα σώματα, είναι δεμένα στα άκρα δυο οριζόντιων ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1 = k_2$ =100 N/m και παράλληλους άξονες, που βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος. Τα άλλα άκρα των ελατηρίων είναι ακλόνητα. Μετατοπίζουμε τα σώματα κατά μήκος της διεύθυνσης των ελατηρίων, προς την ίδια κατεύθυνση κατά d = 0,2 m, και την χρονική στιγμή t = 0, τα αφήνουμε ελεύθερα ταυτόχρονα και τα δύο από την ηρεμία.

Α . Να υπολογίσετε:

i) Την συνολική ενέργεια E_δ που δαπανήθηκε για την αρχική εκτροπή και των δύο σωμάτων από τη θέση ισορροπίας τους.

ii) Το ποσοστό επί τοις εκατό της ενέργειας E_δ που μετατρέπεται σε μέγιστη κινητική ενέργεια κάθε σώματος ξεχωριστά.

Β. Κάποια χρονική στιγμή t_1 τα σώματα Σ_1 , Σ_2 κινούνται με ταχύτητες $\vec{\upsilon}_1$, $\vec{\upsilon}_2$ και απέχουν ίσες αποστάσεις από το σημείο ισορροπίας των . Να υπολογίσετε την τιμή που έχει το κλάσμα $|\upsilon_1|/|\upsilon_2|$ τη χρονική στιγμή t_1.

Γ. Κάποια χρονική στιγμή t_2 οι απομακρύνσεις των Σ_1 , Σ_2 είναι $x_1 = x_2$ = -0,1 m.

Να υπολογίσετε τους ρυθμούς μεταβολής των κινητικών τους ενεργειών την χρονική στιγμή t_2.

Απάντηση

Α. i) Με βάση την **αρχή της διατήρησης της ενέργειας** (ΑΔΕ) έχουμε:

$$E=\frac{1}{2}k_1d^2+\frac{1}{2}k_2d^2=4j\ \ (1)$$

ii) Το ποσοστό της ενέργειας Ε που μετατρέπεται σε μέγιστη κινητική ενέργεια του σώματος Σ_1 είναι

$$\pi_1=\frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon^2_{max,1}}{E_\delta}100\%=\frac{\frac{1}{2}k_1d^2}{E_\delta}100\%=50\%$$

και του Σ_2

$$\pi_2=\frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon^2\quad{}^2}{E_\delta}100\quad=\frac{\frac{1}{2}k_2d^2}{E_\delta}100\quad=50$$

Β. Εφαρμόζουμε την **αρχή της διατήρησης της ενέργειας** για τις ταλαντώσεις μας κι έχουμε

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{2}kd^2 &= \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \\ \frac{1}{2}kd^2 &= \frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2\end{aligned}\right\} \text{ ή } \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 \xrightarrow{x_1=x_2} \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 \quad \text{ή}$$

$$\frac{|\upsilon_1|}{|\upsilon_2|} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = 2$$

Γ. Η **ΑΔΕ** γενικά για την απλή αρμονική ταλάντωση γράφεται έτσι $E = K+U$ άρα $K = E - U$ ή

$$K = E - \frac{1}{2}kx^2 \text{ ή } \frac{dK}{dt} = 0 - 2\cdot\frac{1}{2}kx\frac{dx}{dt} \text{ ή } \frac{dK}{dt} = -kx\upsilon\ ,\ \text{άρα}$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{dK_1}{dt} &= -kx_1\upsilon_1 \\ \frac{dK_2}{dt} &= -kx_2\upsilon_2\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Αλλά

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 &= \frac{1}{2}kd^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 \\ \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 &= \frac{1}{2}kd^2 - \frac{1}{2}kx_2^2\end{aligned}\right\} \text{άρα} \left\{\begin{aligned}\upsilon_1 &= \pm\sqrt{3}\ \text{m}\ \ \text{s} \\ \upsilon_2 &= \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\ \text{m/s}\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Από τις (2) και (3) προκύπτει ότι

$$\left.\begin{aligned}\frac{dK_1}{dt} &= \pm 10\sqrt{3}\ \text{j/s} \\ \frac{dK_2}{dt} &= \pm 5\sqrt{3}\ \text{j}\ \ \text{s}\end{aligned}\right\}$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Μανώλης Δρακάκης