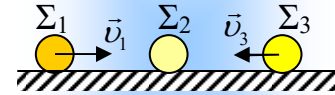


Ελάχιστο ποσοστό απώλειας...

Τρεις σφαίρες Σ_1 , Σ_2 και Σ_3 κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο χωρίς να περιστρέφονται. Οι μάζες των σφαιρών Σ_1 και Σ_3 είναι $m_1=2\text{kg}$ και $m_3=3\text{kg}$ αντίστοιχα, ενώ τα μέτρα των ταχυτήτων τους είναι $v_1=5\text{m/s}$ και $v_3=4\text{m/s}$ και κινούνται όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα Σ_2 έχει μάζα $m_2=5\text{kg}$, μέτρο ταχύτητας $v_2=8\text{m/s}$ και η φορά κίνησής του είναι άγνωστη. Αν γνωρίζουμε ότι και τα τρία σώματα συνενώνονται και όλες οι πιθανές κρούσεις είναι πλαστικές τότε:



i) Το ποσό απώλειας ενέργειας του συστήματος είναι:

α) $E_{\text{απωλ.}}=120,8\text{J}$

β) $E_{\text{απωλ.}}=136,8\text{J}$

γ) $E_{\text{απωλ.}}=147,75\text{J}$

Δικαιολογείστε την επιλογή σας.

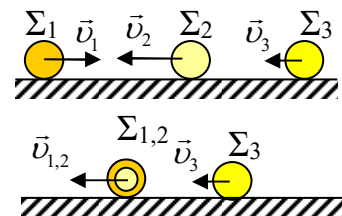
ii) Να βρείτε που θα έπρεπε να είναι το Σ_2 και πως θα έπρεπε να κινείται, ώστε το ποσοστό απώλειας ενέργειας του συστήματος αν δημιουργείται συσσωμάτωμα να είναι ελάχιστο.

Απάντηση

i)

Το σύστημα είναι μονωμένο και η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή.

Δεν ξέρουμε προς ποια κατεύθυνση κινείται το σώμα Σ_2 . Έστω ότι το σώμα m_2 κινείται προς τα αριστερά. Σε αυτή την περίπτωση θα γίνει πρώτα η κρούση των Σ_1 και Σ_2 .



Εφαρμόζουμε την διατήρηση της ορμής για τα σώματα Σ_1 και Σ_2 .

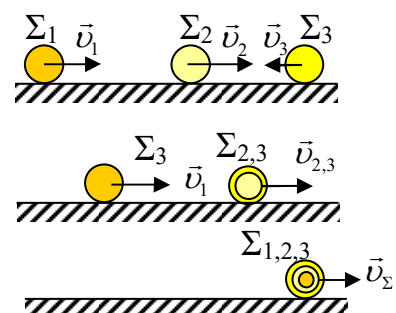
$$\vec{P}_{\text{πριν}} = \vec{P}_{\text{μετά}} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_{1,2} \xrightarrow{(+)\rightarrow} m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_{1,2} \Rightarrow$$

$$2 \cdot 5 - 5 \cdot 8 = (2 + 5) v_{1,2} \Rightarrow v_{1,2} = -\frac{30}{7} \text{ m/s} \approx -4,2 \text{ m/s}$$

Αυτό σημαίνει ότι το συσσωμάτωμα $\Sigma_{1,2}$ κινείται προς τα αριστερά, αλλά επειδή η ταχύτητά του είναι μεγαλύτερη από του Σ_3 δεν μπορεί να γίνει άλλη κρούση.

Έστω ότι το σώμα m_2 κινείται προς τα δεξιά. Σε αυτή την περίπτωση θα γίνει πρώτα η κρούση των Σ_2 και Σ_3 .

Εφαρμόζουμε την διατήρηση της ορμής για τα σώματα Σ_2 και



Σ_3 .

$$\begin{aligned}\vec{P}^{\text{πριν}} &= \vec{P}^{\text{μετά}} \Rightarrow \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = \vec{p}_{2,3} \xrightarrow{(+)\rightarrow} \\ m_2 v_2 - m_3 v_3 &= (m_2 + m_3) v_{2,3} \Rightarrow \\ 5 \cdot 8 - 3 \cdot 4 &= (5 + 3) v_{2,3} \Rightarrow v_{2,3} = \frac{28}{8} \text{ m/s} = 3,5 \text{ m/s}\end{aligned}$$

Αυτό σημαίνει ότι το συσσωμάτωμα $\Sigma_{2,3}$ κινείται προς τα δεξιά και θα ακολουθήσει και άλλη κρούση καθώς το μέτρο της ταχύτητάς του είναι μικρότερο από αυτό του Σ_1 .

Εφαρμόζουμε την διατήρηση της ορμής για τα Σ_1 και $\Sigma_{2,3}$.

$$\begin{aligned}\vec{P}^{\text{πριν}} &= \vec{P}^{\text{μετά}} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_{2,3} = \vec{p}_{\Sigma} \xrightarrow{(+)\rightarrow} m_1 v_1 + m_{2,3} v_{2,3} = m_{1,2,3} v_{\Sigma} \Rightarrow \\ 2 \cdot 5 + 8 \cdot \frac{28}{8} &= 10 v_{\Sigma} \Rightarrow v_{\Sigma} = 3,8 \text{ m/s}\end{aligned}$$

Συνεπώς η απώλεια ενέργειας ισούται με

$$\begin{aligned}E_{\text{απωλ.}} &= K_{\text{αρχ.}} - K_{\text{τελ.}} \Rightarrow E_{\text{απωλ.}} = K_1 + K_2 + K_3 - K_{\Sigma \text{υσ.}} \Rightarrow \\ E_{\text{απωλ.}} &= \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 + \frac{1}{2} \cdot m_3 \cdot v_3^2 - \frac{1}{2} \cdot m_{\text{ολ.}} \cdot v_{\Sigma}^2 \Rightarrow \\ E_{\text{απωλ.}} &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8^2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4^2 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3,8^2 \Rightarrow \\ E_{\text{απωλ.}} &= 25 + 160 + 24 - 72,2 \Rightarrow \\ E_{\text{απωλ.}} &= 136,8 \text{ J}\end{aligned}$$

Σωστή επιλογή είναι το **β**.

ii)

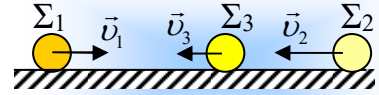
Για να υπάρξει ελάχιστη απώλεια ενέργειας άρα και ελάχιστο ποσοστό απώλειας θα πρέπει το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος να είναι το μέγιστο δυνατό.

Εφαρμόζουμε την διατήρηση της ορμής στην αρχή και στο τέλος αφού έχει δημιουργηθεί το συσσωμάτωμα και των τριών σωμάτων. Δεδομένου ότι δεν ξέρουμε τη φορά κίνησης του m_2 θεωρούμε ότι κινείται προς τη θεωρούμενη θετική φορά, δηλ. προς τα δεξιά.

$$\begin{aligned}\vec{P}^{\text{πριν}} &= \vec{P}^{\text{μετά}} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = \vec{p}_{\Sigma} \xrightarrow{(+)\rightarrow} m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_3 v_3 = m_{1,2,3} v_{\Sigma} \Rightarrow \\ 2 \cdot 5 + 5 \cdot v_2 - 3 \cdot 4 &= 10 v_{\Sigma} \Rightarrow v_{\Sigma} = \frac{-2 + 5 v_2}{10} \quad (1)\end{aligned}$$

Αν το σώμα Σ_2 κινείται προς τα δεξιά η σχέση (1) δίνει ταχύτητα $v_\Sigma = 3,8 \text{ m/s}$.

Ενώ αν κινείται προς τα αριστερά η σχέση (1) δίνει μέτρο ταχύτητας $|v_\Sigma| = 4,2 \text{ m/s}$. Έτσι θα πρέπει το σώμα Σ_2 να κινείται προς τα αριστερά και για να μπορέσει να υπάρξει συσσωμάτωμα το σώμα Σ_2 θα πρέπει να είναι δεξιά του Σ_3 . Με όποια σειρά και να γίνουν οι κρούσεις δημιουργείται συσσωμάτωμα.



·Αν συγκρουστούν αρχικά το Σ_2 και το Σ_3 η ταχύτητα του $\Sigma_{2,3}$ θα είναι προς τα αριστερά και θα ακολουθήσει η κρούση με το Σ_1 .

·Αν συγκρουστούν αρχικά το Σ_1 και το Σ_3 η ταχύτητα του $\Sigma_{1,3}$ θα είναι:

$$\vec{P}^{\text{πριν}} = \vec{P}^{\text{μετά}} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_3 = \vec{p}_{\Sigma} \xrightarrow{(+)\rightarrow} m_1 v_1 - m_3 v_3 = m_{1,3} v_{1,3} \Rightarrow 2 \cdot 5 - 3 \cdot 4 = 5 v_{1,3} \Rightarrow v_{1,3} = -0,4 \text{ m/s}$$

Δηλ. κινείται προς τα αριστερά αλλά επειδή η ταχύτητα του Σ_2 είναι μεγαλύτερη από του $\Sigma_{1,3}$

θα ακολουθήσει κρούση.

Υλικά Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

X. Αγριόδημας