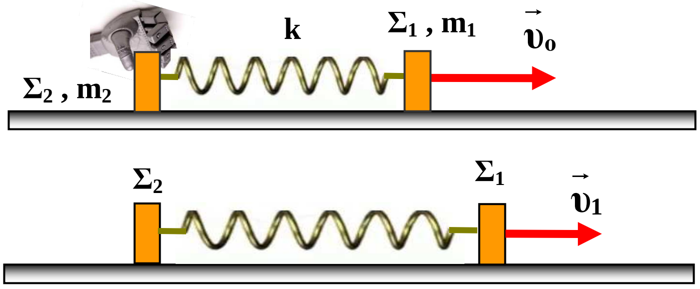
Ελατήριο ανάμεσα σε δυο σώματα



Το οριζόντιο ελατήριο του σχήματος σταθεράς k = 200 N/m έχει στα δυο του άκρα δεμένα δυο σώματα $Σ_1$, $Σ_2$ που έχουν μάζες m_1 =2 kg και m_2 = 4 kg αντίστοιχα.

Τα σώματα αυτά, που μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, αρχικά ηρεμούν με το ελατήριο στο φυσικό του μήκος και, με το χέρι ενός ρομπότ, να κρατά ακίνητο το $Σ_2$.

Την χρονική στιγμή t = 0 εκτοξεύεται το $Σ_1$ με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_o = 8\sqrt{2}$ m/s , στην διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, έτσι ώστε, να απομακρύνεται από το $Σ_2$ όπως δείχνει το σχήμα.

Τη χρονική στιγμή t_1, που η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης που ακολουθεί, γίνεται ίση με την κινητική ενέργεια του $Σ_1$ για πρώτη φορά, αφήνεται ελεύθερο το $Σ_2$.

Α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$

Β. Κάποια χρονική στιγμή t_2 μετά την t_1, το $Σ_1$ σταματά στιγμιαία για πρώτη φορά.

Να υπολογίσετε τις τιμές που έχουν τα παρακάτω μεγέθη τη χρονική στιγμή t_2:

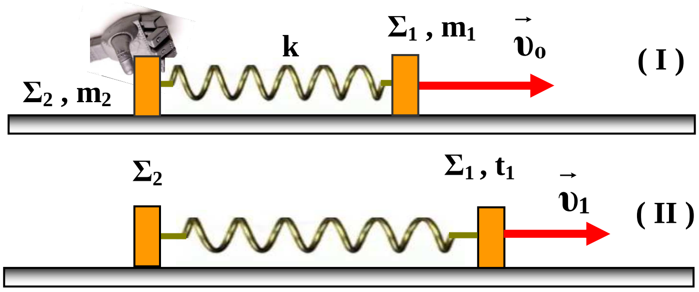
Β1. το μέτρο της ταχύτητας του $Σ_2$.

Β2. η δυναμική ενέργεια ελατηρίου

Γ Κάποια χρονική στιγμή μετά την t_1 , τα σώματα αποκτούν για πρώτη φορά ίσες ταχύτητες. Να βρεθεί το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας του $Σ_1$, που είναι αποθηκεμένο τότε στο ελατήριο.

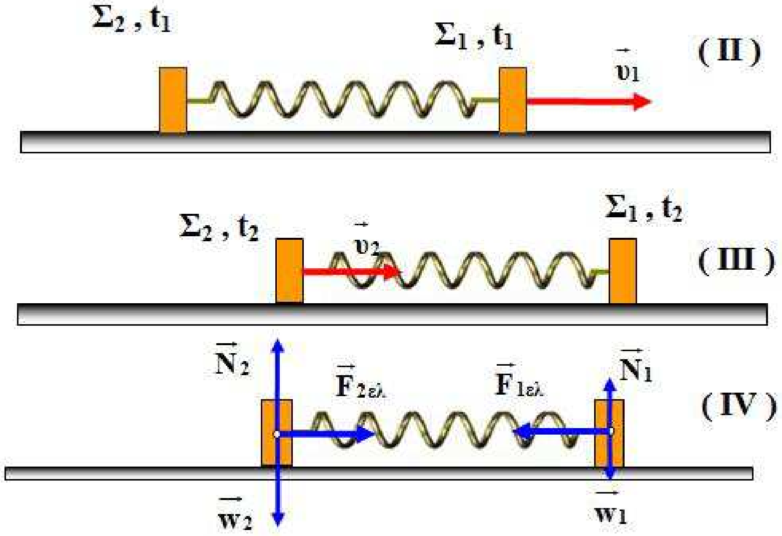
Απάντηση

Α. Εφαρμόζουμε **την αρχή της διατήρησης της ενέργειας** για την ταλάντωση στις θέσεις (Ι) , (ΙΙ) κι έχομε



$\left.\begin{aligned} K+U_{ταλ}&=E\\ \text{με } K&=U_{ταλ}\end{aligned}\right\}$ έχομε 2K = E ή $2\cdot\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2=\frac{1}{2}m_1\upsilon_o^2$ (1) και μετά τις πράξεις **υ_1 = 8 m/s (2)**

Β1 Όπως φαίνεται στην εικόνα (IV), μετά που θα αφεθούν ελεύθερα και τα δυο σώματα δέχονται:



α. Στην κατακόρυφη διεύθυνση τα βάρη τους $\vec{w}_1$, $\vec{w}_2$ και τις αντιδράσεις $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$ από το λείο οριζόντιο επίπεδο . Όμως στην κατακόρυφη διεύθυνση δεν υπάρχει κίνηση άρα

$$\left.\begin{array}{l}\vec{N}_1+\vec{w}_1=\vec{0} \;\; \text{και} \\ \vec{N}_2+\vec{w}_2=\vec{0}\end{array}\right\} \quad (3)$$

β. Στην οριζόντια διεύθυνση τις δυνάμεις των ελατηρίων $\vec{F}_{1ελ}$, $\vec{F}_{2ελ}$ οι οποίες είναι εσωτερικές για το σύστημα.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι, το σύστημα είναι **μονωμένο**, άρα μετά που θα βρεθούν και τα δυο σώματα ελεύθερα, ισχύει κάθε χρονική στιγμή η **αρχή της διατήρησης της ορμής (ΑΔΟ)** .

Με βάση λοιπόν την ΑΔΟ για τις θέσεις (ΙΙ) , (ΙΙΙ) κι έχομε

$$m_1\vec{υ}_1+\vec{0}=\vec{0}+m_2\vec{υ}_2 \;\; ή \;\; m_1υ_1 = m_2υ_2 \;\; ή \;\; m_1υ_1 = 2m_1υ_2 \;ή\;\; υ_2=\frac{υ_1}{2} \;\; \text{και με βάση την (2)}$$

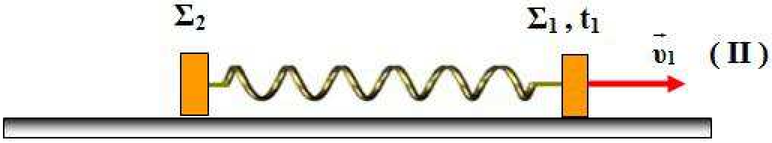
$υ_2$ = 4 m/s . (4)

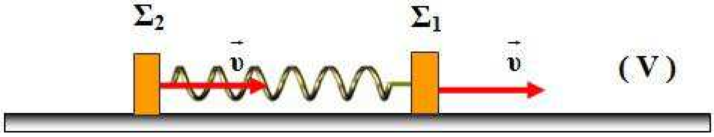
Β2 . Επειδή δεν υπάρχουν τριβές η συνολική ενέργεια παραμένει σταθερή , έτσι με βάση την **αρχή της διατήρησης της ενέργειας** για τις θέσεις (ΙΙ) και (ΙΙΙ) έχομε

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{2}m_1υ_1^2+U_{ελ1}=\frac{1}{2}m_2υ_2^2+U_{ελ2} \\ \frac{1}{2}m_1υ_1^2=U_{ελ1}=U_{ταλ1}\end{array}\right\} \text{άρα} \;\; \left.\begin{array}{l}2\cdot\frac{1}{2}m_1υ_1^2=\frac{1}{2}m_2υ_2^2+U_{ελ2} \\ m_2=2m_1\end{array}\right\} \;ή\;\; 2\cdot\frac{1}{2}m_1υ_1^2=2\cdot\frac{1}{2}m_1υ_2^2+U_{ελ2}$$

$$ή \;\; U_{ελ2}=m_1υ_1^2-m_1υ_2^2=m_1(\,υ_1^2-υ_2^2\,) \;\; \text{και με βάση τις (2) και (4)}$$

$U_{ελ2}$ = 96 j (3)





Γ. Με βάση τις αρχές **διατήρησης της ενέργειας** και **της ορμής** για τις θέσεις (ΙΙ) και (V) έχομε

$$\left.\begin{aligned}&\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2+U_{\varepsilon\lambda 1}=\frac{1}{2}(\,m_1+m_2\,)\,\upsilon^2+U_{\varepsilon\lambda x}\\&m_1\vec{\upsilon}_1=m_1\vec{\upsilon}+m_2\vec{\upsilon}\end{aligned}\right\}\ \text{ή}\ \left.\begin{aligned}&m_1\upsilon_1^2+2U_{\varepsilon\lambda 1}=(\,m_1+2m_1\,)\,\upsilon^2+2U_{\varepsilon\lambda x}\\&m_1\upsilon_1=(\,m_1+2m_1\,)\,\upsilon\end{aligned}\right\}\ \text{ή}$$

$$\left.\begin{aligned}&m_1\upsilon_1^2+2U_{\varepsilon\lambda 1}=3m_1\left(\frac{\upsilon_1}{3}\right)^2+2U_{\varepsilon\lambda x}\\&\upsilon=\frac{\upsilon_1}{3}\end{aligned}\right\}\ \text{ή}\ \left.\begin{aligned}&m_1\upsilon_1^2+\cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}m_1\upsilon_1^2=3m_1\cdot\frac{\upsilon_1^2}{9}+2U_{\varepsilon\lambda x}\\&U_{\varepsilon\lambda 1}=\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2\end{aligned}\right\}\ \text{ή}$$

$$U_{\varepsilon\lambda x}=\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2$$

$$\left.\begin{aligned}&U_{\varepsilon\lambda x}=\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2\\&(\,1\,)\rightarrow\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}m_1\upsilon_o^2\end{aligned}\right\}\ \text{ή}\quad U_{\varepsilon\lambda x}=\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{2}m_1\upsilon_o^2\ \ \text{άρα}$$

$$\frac{U_{\varepsilon\lambda x}}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_o^2}=\mathbf{\frac{5}{6}}$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Μανώλης Δρακάκης