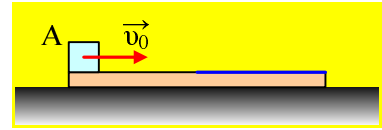


Μια ιδιόμορφη “κρούση”.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια λεπτή και μακριά σανίδα μήκους ℓ και μάζας $M=4\text{kg}$. Ένα σώμα Α, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο, μάζας $m=2\text{kg}$, εκτοξεύεται από το ένα άκρο της σανίδας με αρχική ταχύτητα



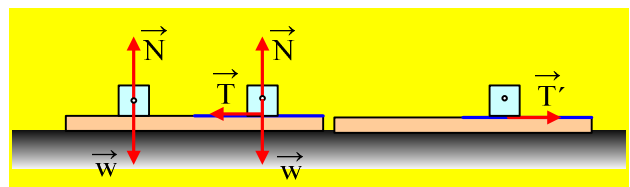
$v_0=10\text{m/s}$. Αν το μισό μήκος της σανίδας είναι λείο, ενώ ο συντελεστής τριβής μεταξύ του Α και του υπόλοιπου μισού της σανίδας είναι $\mu=0,4$, ενώ η τελική ταχύτητα του Α, τη στιγμή που εγκαταλείπει την σανίδα, είναι $v_1=6\text{m/s}$, να βρεθούν:

- i) Η ταχύτητα την οποία αποκτά η σανίδα.
- ii) Η επιτάχυνση την οποία απέκτησε η σανίδα, καθώς και το χρονικό διάστημα της επιτάχυνσής της.
- iii) Η μηχανική ενέργεια που μετετράπη σε θερμική εξαιτίας της τριβής.
- iv) Το χρονικό διάστημα που το σώμα Α είναι σε επαφή με την σανίδα.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Α, στο πρώτο μισό λείο μέρος της σανίδας, στο δεύτερο μισό που δέχεται τριβή και η αντίδραση T' της τριβής που ασκείται από το σώμα Α στην σανίδα. Όταν το σώμα Α βρίσκεται στο λείο μέρος της σανίδας, κινείται με σταθερή ταχύτητα, ενώ η σανίδα ηρεμεί, μόλις όμως περάσει στο δεύτερο μισό και δεχτεί δύναμη τριβής, αρχίζει να επιβραδύνεται, ενώ ταυτόχρονα η αντίδραση της τριβής T , η T' , επιταχύνει την σανίδα.



Α στην σανίδα. Όταν το σώμα Α βρίσκεται στο λείο μέρος της σανίδας, κινείται με σταθερή ταχύτητα, ενώ η σανίδα ηρεμεί, μόλις όμως περάσει στο δεύτερο μισό και δεχτεί δύναμη τριβής, αρχίζει να επιβραδύνεται, ενώ ταυτόχρονα η αντίδραση της τριβής T , η T' , επιταχύνει την σανίδα.

- i) Οι δυνάμεις τριβής για το σύστημα σώμα Α-σανίδα είναι εσωτερικές, ενώ οι εξωτερικές δυνάμεις (βάρη και κάθετη αντίδραση από το οριζόντιο επίπεδο) έχουν μηδενική συνισταμένη. Συνεπώς το σύστημα είναι μονωμένο και η ορμή του παραμένει σταθερή.

$$\vec{P}_{\text{αρχ}} = \vec{P}_{\text{τελ}} \rightarrow mv_0 = mv_1 + MV \rightarrow V = \frac{m(v_0 - v_1)}{M} = \frac{2(10 - 6)}{4} \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$$

- ii) Η τριβή ολίσθησης που ασκείται μεταξύ των δύο σωμάτων έχει μέτρο $T = \mu \cdot N = \mu \cdot mg = 0,4 \cdot 2 \cdot 10 \text{ N} = 8 \text{ N}$.

$$\text{Συνεπώς η σανίδα αποκτά επιτάχυνση } a_2 = \frac{T'}{M} = \frac{8 \text{ N}}{4 \text{ kg}} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Αλλά } V = a_2 \cdot t_2 \rightarrow t_2 = \frac{V}{a_2} = \frac{2}{2} \text{ s} = 1 \text{ s}$$

- iii) Η αρχική Μηχανική ενέργεια είναι ίση με την κινητική ενέργεια του σώματος Α $K_{\text{αρχ}} = \frac{1}{2} mv_0^2$, ενώ η τελική, ίση με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των δύο σωμάτων $K_{\text{τελ}} = \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} MV^2$, συνεπώς η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική είναι:

$$Q = K_{\text{αρχ}} - K_{\text{τελ}} = \frac{1}{2} mv_0^2 - (\frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} MV^2) = \frac{1}{2} 2 \cdot 10^2 \text{ J} - \frac{1}{2} 2 \cdot 6^2 \text{ J} - \frac{1}{2} 4 \cdot 2^2 \text{ J} = 56 \text{ J}.$$

iv) Προφανώς ο χρόνος επιτάχυνσης της σανίδας είναι ο ίδιος με το χρόνο επιβράδυνσης του σώματος Α. Αλλά το σώμα Α γλίστρησε πάνω στη σανίδα κατά $\frac{1}{2} \ell$ και η θερμική ενέργεια είναι κατά απόλυτο τιμή ίση με το έργο της τριβής ολίσθησης, δηλαδή:

$$Q = |W_T| = T \cdot \frac{\ell}{2} \rightarrow \ell = \frac{2Q}{T} = \frac{2 \cdot 56}{8} m = 14m$$

Συνεπώς το χρονικό διάστημα που βρίσκεται σε επαφή το σώμα Α με τη σανίδα, είναι ίσο με το χρονικό διάστημα, που κινείται στο μισό λείο της μέρους, συν το χρόνο επιβράδυνσης:

$$t_{\text{ολ}} = t_1 + t_2 = \frac{\ell/2}{v_0} + t_2 = \frac{7}{10} s + 1s = 1,7s$$

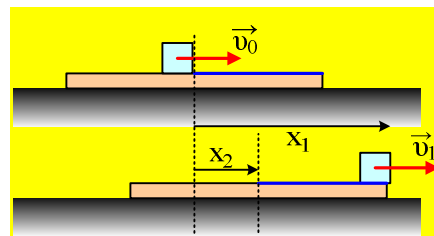
Σχόλιο:

Στο χρονικό διάστημα t_2 , το σώμα Α μετατοπίζεται κατά:

$$x_1 = v_0 t_2 - \frac{1}{2} a_1 t^2, \text{ με}$$

$$a_1 = \frac{T}{m} = \frac{8}{2} m/s^2 = 4m/s^2 \rightarrow$$

$$x_1 = v_0 t_2 - \frac{1}{2} a_1 t^2 = 10 \cdot 1m - \frac{1}{2} 4 \cdot 1^2 m = 8m$$



Στον ίδιο χρόνο η σανίδα μετατοπίζεται κατά:

$$x_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 1^2 m = 1m,$$

οπότε με βάση το σχήμα:

$$\frac{1}{2} \ell = x_1 - x_2 = 7m \text{ ή } \ell = 14m.$$

Αλλά τότε το έργο της τριβής που ασκείται στο σώμα Α είναι $W_T = -T \cdot x_1 = -8 \cdot 8J = -64J$, ενώ το αντίστοιχο έργο της αντίδρασής της T' που ασκείται στη σανίδα είναι $W_{T'} = + T' \cdot x_2 = 8 \cdot 1J = 8J$.

Τι μετράνε τα παραπάνω έργα; Η ασκούμενη τριβή, αφαιρεί ενέργεια 64J από το σώμα Α, ένα μέρος της ενέργειας αυτής μεταφέρεται στη σανίδα (μέσω του έργου της T' , 8J), ενώ τα υπόλοιπα (56J) μετατρέπονται σε θερμική ενέργεια, αφού το σώμα γλίστρησε κατά 7m πάνω στη σανίδα.