ΠΕΝΤΕ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗΝ…Α.Α.Τ

Πρόταση 1.

Ένα κινητό κάνει Α.Α.Τ. με πλάτος (Α). Κάποια στιγμή το κινητό έχει απομάκρυνση(χ) και κινητική ενέργεια ($K_{ιν}$).

Να υπολογιστεί η ενέργεια της ταλάντωσης του . Γνωστά: Α , χ , $K_{ιν}$.

Απάντηση

Η $E_T = K_{ιν}+U \Rightarrow ½ DA^2 = ½D\chi^2 + ½ m\upsilon^2 \Rightarrow \omega^2 (A^2- \chi^2)=\upsilon^2 \Rightarrow \omega^2 = \upsilon^2/(A^2- \chi^2)$ με $\chi \neq \pm A$

αλλά $E_T = ½ m\omega^2 A^2 \Rightarrow E_T = m\upsilon^2A^2/2(A^2-\chi^2) \Rightarrow$ $E_T = K_{ιν} A^2/(A^2-\chi^2)$.

Σχόλιο : Η παραπάνω σχέση ισχύει για τιμές $-A< \chi < A$ διότι αν $\chi = A$ η $\chi = - A$ τότε έχουμεQ

$E_T = 0/0$ δηλαδή απροσδιόριστη μορφή.

Πρόταση 2.

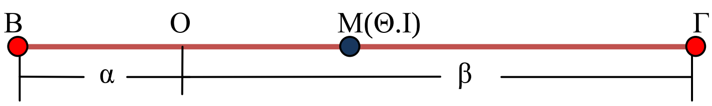
Ένα σώμα κάνει Α.Α.Τ. πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΒΟΓ. Στα σημεία Β και Γ η ταχύτητα του είναι μηδέν. Οι αποστάσεις τους από το Ο είναι ΒΟ = α και ΓΟ = β με $(\alpha \leq \beta)$ και η ταχύτητα του σώματος στο μέσο του ΒΓ είναι (υ).

Να υπολογίσετε την περίοδο του . Γνωστά : α , β , υ .

Απάντηση

Αφού οι ταχύτητες στα Β και Γ είναι μηδέν είναι οι ακραίες θέσεις της Α.Α.Τ. Η ταχύτητα στο μέσον (Μ) δηλαδή στη θέση ισορροπίας του είναι (υ) άρα θα είναι η $\upsilon_{max}= \upsilon$.

Όμως $\upsilon_{max}= \omega A$ (Α = πλάτος της Α.Α.Τ.). Άρα $\upsilon = 2\pi A/T \Rightarrow T = 2\pi A/\upsilon$ το πλάτος $A= (\alpha+\beta)/2$ και τελικά $\mathbf{T = \pi (\alpha+\beta) / \upsilon}$ **.**



Πρόταση 3.

Σώμα μάζας m=1kg εκτελεί Α.Α.Τ. με ω = 4r/s. Στο σώμα προσφέρομε πρόσθετη ενέργεια ΔΕ=1,6 j και το πλάτος της Α.Α.Τ. παρουσιάζει αύξηση ΔΑ=0,2m.

Να υπολογίσετε το αρχικό πλάτος της Α.Α.Τ.

Απάντηση

Αρχικά : $E_A = \frac{1}{2} DA_A^2$ Τελικά : $E_T = \frac{1}{2} DA_T^2$.

$$\Delta E = \frac{1}{2} D\left(A_T^2 - A_A^2\right) \rightarrow 2\Delta E = D(A_T - A_A)(A_T + A_A) \rightarrow 2\Delta E = D\Delta A(A_T + A_A) \rightarrow A_T + .$$

$$\frac{2\Delta E}{D\Delta A} \rightarrow A_A + \Delta A + A_A = \frac{2\Delta E}{D\Delta A} \rightarrow A_A = \frac{\Delta E}{D\Delta A} - \frac{\Delta A}{2} \rightarrow A_A = \frac{\Delta E}{m\omega^2\Delta A} - \frac{\Delta A}{2}$$

$$A_A = 0{,}4\,m$$

Πρόταση 4.

Ενα σώμα κινείται πάνω στον άξονα (χ) και η θέση του με τον χρόνο δίνεται από την σχέση:

$$\chi = \alpha\ \eta\mu^2(\omega t)\ .$$

α. Να δείξετε ότι κάνει Α.Α.Τ. και να προσδιορίσετε την θέση ισορροπίας του.

β. Πόση είναι η περίοδος της ταλάντωσης και τι συμπεραίνετε.

γ. Να κάνετε την γραφική παράσταση (χ- t).

Απάντηση

α.Από την γνωστή τριγωνομετρική ταυτότητα: $\sigma\upsilon\nu 2\theta = 1 - 2\eta\mu^2\theta \rightarrow \eta\mu^2\theta = \frac{1-\sigma\upsilon\nu 2\theta}{2}$ έχω:

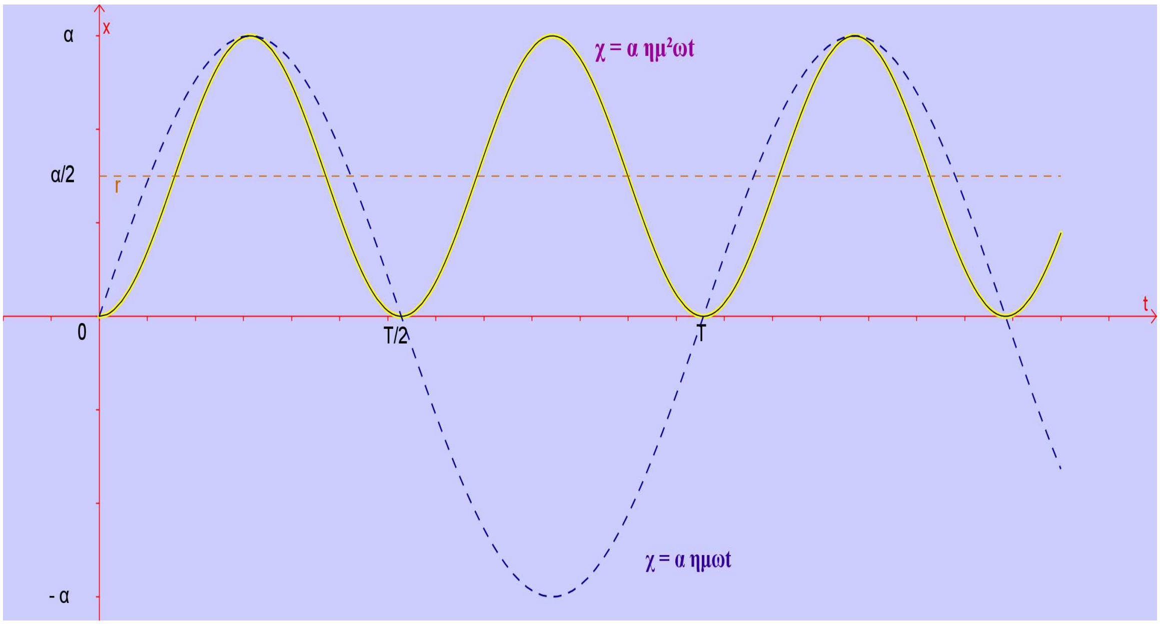
$$\eta\mu^2\omega t = \frac{1-\sigma\upsilon\nu(2\omega t)}{2} \rightarrow \chi = \alpha\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sigma\upsilon\nu(2\omega t)\right) \rightarrow \chi = \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2}\sigma\upsilon\nu(2\omega t) \rightarrow \chi = \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2}\eta\mu\left(2\omega t \cdot\right.$$

$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2}\eta\mu\left(2\omega t + \frac{\pi}{2} + \pi\right) \rightarrow \chi - \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}\eta\mu\left(2\omega t + \frac{3\pi}{2}\right)\ \theta\acute{\varepsilon}\tau\omega\ y = \chi - \frac{\alpha}{2} \rightarrow\ \ \boldsymbol{y = \frac{\alpha}{2}\eta\mu\left(2\omega t + \frac{3\pi}{2}\right.}.$$

Δηλαδή το σώμα κάνει Α.Α.Τ. με θέση ισορροπίας **χ = α/2** και πλάτος **Α=α/2.**

β. Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι : ω΄=2ω άρα **f΄= 2f** και **T΄=T/2** το σώμα ταλαντώνεται με **διπλάσια συχνότητα** από αυτή που θα είχε αν έκανε Α.Α.Τ. με **εξίσωση χ =α ημωt**.

γ. Γραφική παράσταση : **χ – t**



Σχόλιο : Αφού έχουν διδαχτεί οι χρονικά εξαρτημένες εξισώσεις στην ενέργεια της Α.Α.Τ. μπορούμε να συζητήσουμε και αυτή την πρόταση.

Πρόταση 5. Κινητό εκτελεί πάνω σε επίπεδο δυο ταλαντώσεις με **κάθετες διευθύνσεις** και την ίδια θέση ισορροπίας (Ο). Οι εξισώσεις τους είναι :

Άξονας x : **χ =α ημωt** και Άξονας y : **y = α ημωt** α. Να βρείτε την εξίσωση τροχιάς και να την παραστήσετε γραφικά

β. Να δείξετε ότι το κινητό κάνει Α.Α.Τ.

γ. Δείξτε ότι το άθροισμα των ενεργειών των δυο ταλαντώσεων είναι ίσο με την ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης.

Απάντηση α.

Η χ = α ημωt και η y = α ημωt άρα η εξίσωση της τροχιάς είναι :

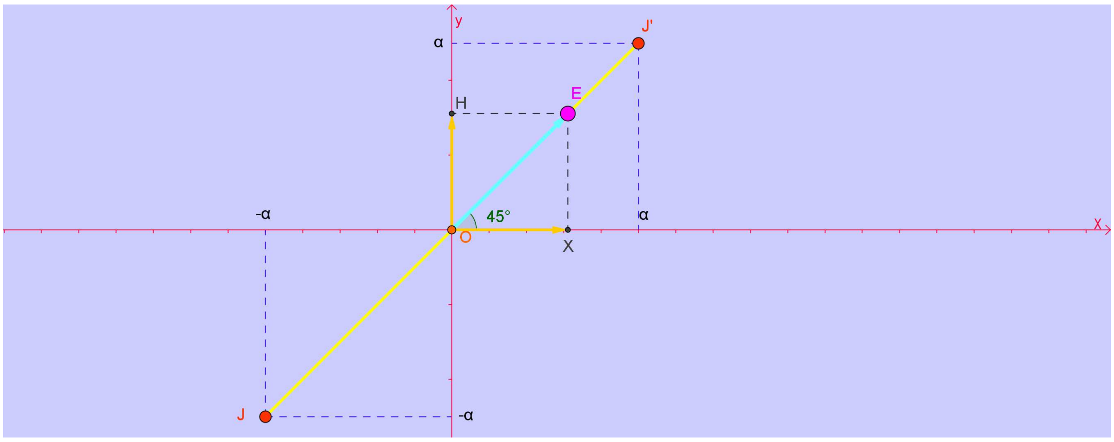
y = χ με –α ≤(χ,y)≤α

Το παρακάτω διάγραμμα μας δείχνει την τροχιά του κινητού (J΄J).

β. Έστω Ε η θέση του μια τυχαία στιγμή. Από την αρχή των αξόνων (Ο) θα έχουμε ότιQ

$$\xi = OE = \frac{OH}{\eta\mu 45^0} \rightarrow \xi = \frac{y}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \rightarrow \xi = \alpha\sqrt{2}\,\eta\mu\omega t$$

άρα κάνει Α.Α.Τ. με πλάτος $A = \alpha\sqrt{2}$ και με διεύθυνση πάνω στην ευθεία y = χ και με θέση ισορροπίας το (Ο).



γ. Η $E_{T\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}D(\alpha\sqrt{2})^2 \rightarrow E_{T\varepsilon\lambda} = (\frac{1}{2}D\alpha^2) + (\frac{1}{2}D\alpha^2) \rightarrow$

Άρα : $E_{T\varepsilon\lambda} = E_\chi + E_y$.

Σχόλιο: Προτείνω την ποιο απλή περίπτωση απλά για να δουν οι μαθητές μας ότι υπάρχει και αυτή η περίπτωση σύνδεσης εκτός αυτής που αναλύει στην θεωρία το Σχολικό βιβλίο. Αναφέρει όμως.. ότι η κίνηση είναι γενικά πολύπλοκη. Η διεύθυνση ,η συχνότητα, το πλάτος και η φάση της εξαρτώνται **από τα αντίστοιχα των επί μέρους ταλαντώσεων**.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Δογραματζάκης Γιάννης