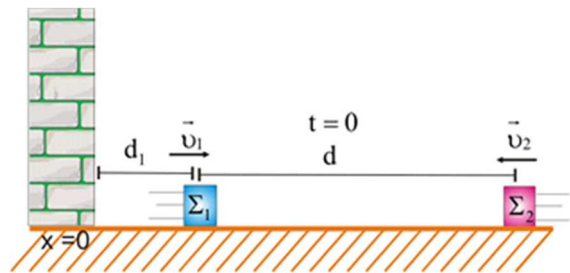
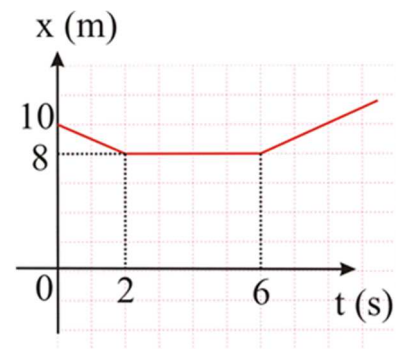


Πόσες κρούσεις θα γίνουν τελικά;

Τα δύο σημειακά σώματα Σ_1 και Σ_2 του διπλανού σχήματος έχουν μάζες $m_1 = 0,1 \text{ kg}$ και $m_2 = 0,7 \text{ kg}$ αντίστοιχα και βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο πολύ μεγάλης έκτασης. Τα δύο σώματα απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 8 \text{ m}$ και το σώμα Σ_1 απέχει απόσταση d_1 από κατακόρυφο τοίχο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ εκτοξεύουμε τα δύο σώματα



το ένα προς το άλλο με ταχύτητες μέτρων v_1 και v_2 αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Κάποια στιγμή τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά. Στο διάγραμμα απεικονίζεται η θέση του σώματος Σ_2 σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα τμήμα της συνολικής του κίνησης, θεωρώντας ως σημείο αναφοράς $x = 0$ τον τοίχο και θετική φορά της ταχύτητας v_1 .



- α. Να υπολογίσετε τις ταχύτητες εκτόξευσης v_1 και v_2 των σωμάτων.
- β. Το σώμα Σ_1 θα συγκρουστεί με τον τοίχο; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- γ. Η κρούση που θα συμβεί μεταξύ των δύο σωμάτων είναι ελαστική ή όχι; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- δ. Ποια χρονική στιγμή το σώμα Σ_1 θα συγκρουστεί με τον τοίχο;
- ε. Η κρούση του σώματος Σ_1 με τον τοίχο είναι ελαστική ή όχι; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- στ. Πόσες κρούσεις θα γίνουν συνολικά μεταξύ των δύο σωμάτων;

Να θεωρηθεί αμελητέα η χρονική διάρκεια της κρούσης των σωμάτων και της κρούσης του Σ_1 με τον τοίχο. Επίσης δίνεται ότι η ευθεία που διέρχεται από τα δύο σώματα είναι κάθετη στον τοίχο.

Λύση:

α. Τα δύο σώματα εφόσον κινούνται σε λείο δάπεδο εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Από το διάγραμμα θέσης-χρόνου για το σώμα Σ_2 μπορούμε να βρούμε από την κλίση την ταχύτητα του σώματος Σ_2 . Είναι:

$$v_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8-10}{2-0} \text{ m/s} \Rightarrow v_2 = -1 \text{ m/s}$$

Επίσης παρατηρούμε ότι τη χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$, το σώμα Σ_2 σταματάει να κινείται, αφού από $t_1 = 2 \text{ s}$ ως $t_2 = 6 \text{ s}$ παραμένει συνεχώς στη θέση $x = 8 \text{ m}$. Αυτό σημαίνει ότι τα δύο σώματα συγκρούονται τη χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$ και η ταχύτητα του Σ_2 μετά την κρούση είναι $v_2' = 0$.

Αφού τα δύο σώματα απείχαν αρχικά 8 m και το σώμα Σ_2 μέχρι τη στιγμή της κρούσης διένυσε απόσταση 2 m, τότε το σώμα Σ_1 στο χρόνο των 2 s διένυσε απόσταση 6 m. Επομένως η ταχύτητά του πριν την κρούση είναι:

$$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6 \text{ m}}{2 \text{ s}} \Rightarrow v_1 = 3 \text{ m/s}$$

β. Επειδή το σύστημα των δύο σωμάτων είναι μονωμένο, ισχύει για την κρούση των δύο σωμάτων η αρχή διατήρησης της ορμής. Επομένως:

$$\vec{p}_{\text{ολ,αρχ}} = \vec{p}_{\text{ολ,τελ}} \Rightarrow m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + 0 \Rightarrow v_1' = -4 \text{ m/s}$$

Παρατηρούμε ότι το σώμα Σ_1 μετά την κρούση κινείται προς τα αρνητικά, **επομένως θα συγκρουστεί κάποια στιγμή με τον τοίχο.**

γ. Για να ελέγξουμε αν η κρούση είναι ελαστική βρίσκουμε και συγκρίνουμε την αρχική και τελική κινητική ενέργεια του συστήματος. Είναι:

$$K_{\text{ολ,αρχ}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = 0,45 \text{ J} + 0,35 \text{ J} = 0,8 \text{ J}$$

$$K_{\text{ολ,τελ}} = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = 0,8 \text{ J}$$

Επειδή $K_{\text{ολ,αρχ}} = K_{\text{ολ,τελ}}$ συμπεραίνουμε ότι η κρούση είναι ελαστική.

Σχόλιο: Εναλλακτικά δουλεύουμε ως εξής: Γνωρίζουμε ότι σε μια ελαστική και κεντρική κρούση ισχύει η αλγεβρική σχέση: $v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$. Αντικαθιστώντας τις αλγεβρικές τιμές ταχυτήτων του προβλήματος προκύπτει: $3 \text{ m/s} - 4 \text{ m/s} = -1 \text{ m/s} + 0$ που επαληθεύεται, πράγμα που επιβεβαιώνει ότι η κρούση είναι ελαστική.

δ. Η κρούση των σωμάτων γίνεται στη θέση $x = 8 \text{ m}$. Το σώμα Σ_1 μετά την κρούση κινούμενο ευθύγραμμα και ομαλά κινείται προς τον τοίχο με ταχύτητα μέτρου $v_1' = 4 \text{ m/s}$. Μέχρι να φτάσει στον τοίχο θα πρέπει να διανύσει λοιπόν απόσταση 8 m. Επομένως η χρονική διάρκεια της κίνησής του μέχρι την κρούση με τον τοίχο είναι:

$$v_1' = \frac{d'}{\Delta t'} \Rightarrow \Delta t' = \frac{d}{v_1'} = 2 \text{ s}$$

Άρα η χρονική στιγμή της κρούσης με τον τοίχο είναι ίση με:

$$t' = 2 \text{ s} + \Delta t' \Rightarrow t' = 4 \text{ s}$$

ε. Πάλι από το διάγραμμα θέσης-χρόνου για το σώμα Σ_2 παρατηρούμε ότι το σώμα θα ξεκινήσει και πάλι να κινείται τη χρονική στιγμή 6 s. Άρα η δεύτερη κρούση των σωμάτων πραγματοποιείται τη χρονική στιγμή 6 s.

Αν η κρούση του Σ_1 με τον τοίχο είναι ελαστική, τότε μετά την κρούση θα πρέπει να έχει ίδιου μέτρου ταχύτητας και αντίθετης κατεύθυνσης. Δηλαδή θα έχει ταχύτητα $v_1' = 4 \text{ m/s}$.

Με την ταχύτητα αυτή χρειάζεται χρόνο 2 s μέχρι να φτάσει και να συγκρουστεί για δεύτερη φορά με το σώμα Σ_1 . Και αφού η κρούση με τον τοίχο έγινε τη χρονική στιγμή $t' = 4 \text{ s}$, η δεύτερη κρούση θα πρέπει να γίνει τη χρονική στιγμή 6 s, πράγμα που επαληθεύεται από το διάγραμμα. Επομένως **η κρούση του σώματος Σ_1 με τον τοίχο είναι ελαστική.**

Σχόλιο: Αν η κρούση δεν ήταν ελαστική, λόγω απώλειας ενέργειας το Σ_1 μετά τη κρούση θα είχε μικρότερη ταχύτητα από 4 m/s και θα χρειαζόταν περισσότερο από 2 s προκειμένου να φτάσει και να συγκρουστεί με το σώμα Σ_2 .

στ. Η δεύτερη κρούση των σωμάτων θα είναι και αυτή ελαστική, οπότε οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά τη δεύτερη κρούση θα είναι:

$$v_1'' = \frac{(m_1 - m_2)v_1'}{m_1 + m_2} = \frac{0,1 - 0,7}{0,1 + 0,7} \cdot 4 \text{ m/s} \Rightarrow v_1'' = -3 \text{ m/s}$$

$$v_2'' = \frac{2m_1v_1'}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot 0,1}{0,1 + 0,7} \cdot 4 \text{ m/s} \Rightarrow v_2'' = 1 \text{ m/s}$$

Το σώμα Σ_1 θα γυρίσει και πάλι προς τον τοίχο, θα συγκρουστεί ελαστικά με αυτόν και θα κινηθεί προς το Σ_2 . Επειδή έχει ταχύτητα μεγαλύτερου μέτρου ($3 \text{ m/s} > 1 \text{ m/s}$), θα ξαναπρολάβει το σώμα Σ_1 και θα συγκρουστεί ξανά.

Μετά την τρίτη ελαστική κρούση οι νέες ταχύτητες θα είναι:

$$v_1''' = \frac{(m_1 - m_2)v_1'' + 2m_2v_2''}{m_1 + m_2} \Rightarrow v_1''' = -0,5 \text{ m/s}$$

$$v_2''' = \frac{(m_2 - m_1)v_2'' + 2m_1v_1''}{m_1 + m_2} \Rightarrow v_2''' = 1,5 \text{ m/s}$$

Και πάλι το σώμα Σ_1 θα γυρίσει προς τον τοίχο, θα συγκρουστεί ελαστικά με αυτόν και θα κινηθεί προς το Σ_2 . Επειδή τώρα όμως έχει ταχύτητα μικρότερου μέτρου ($0,5 \text{ m/s} < 1,5 \text{ m/s}$), δεν θα ξαναπρολάβει να φτάσει και να συγκρουστεί ξανά με το Σ_1 .

Επομένως **το σύνολο των ελαστικών κρούσεων είναι τρεις.**

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Νεκτάριος Πρωτοπαπάς