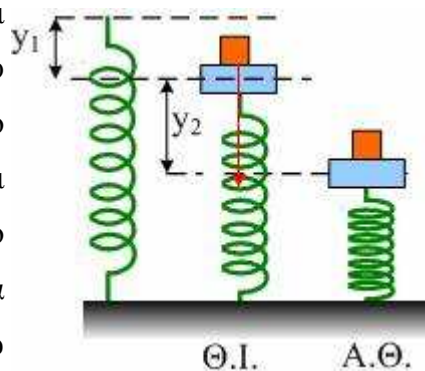


Πότε το σώμα χάνει την επαφή, κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης;

Το ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου είναι στερεωμένο σε οριζόντιο επίπεδο. Στο άλλο άκρο του συνδέεται σταθερά σώμα Α μάζας $M=3\text{kg}$. Πάνω στο σώμα Α είναι τοποθετημένο σώμα Β μάζας $m=1\text{kg}$ και το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο από το φυσικό του μήκος κατά $y_1=0,4\text{m}$. Στη συνέχεια εκτρέπουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $y_2=0,8\text{m}$ από τη θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή $t=0$.



α. Να υπολογίσετε την κυκλική συχνότητα ω της ταλάντωσης του συστήματος και τη σταθερά επαναφοράς D κάθε μιας μάζας ξεχωριστά.

β. Να δείξετε ότι το σώμα Β θα εγκαταλείψει το σώμα Α και να βρείτε τη θέση και την ταχύτητα του τότε.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Υ.Γ. Η άσκηση αυτή είναι το 4ο θέμα των εξετάσεων με το σύστημα των δεσμών, που μπήκε την τελευταία χρονιά (το 2001) για τους παλιούς απόφοιτους. Είχε και ένα ερώτημα για ώθηση το οποίο έχω αφαιρέσει.

Απάντηση:

α) Για το σύστημα των δύο σωμάτων:

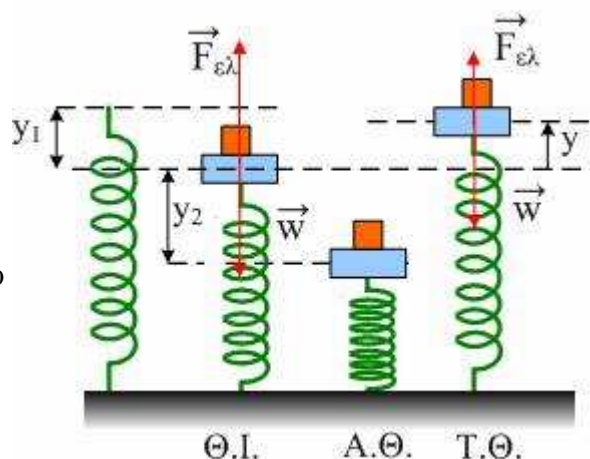
Στη θέση ισορροπίας:

$$\Sigma F=0 \rightarrow F_{\text{ελ}}=(M+m)g \text{ ή }$$

$$Ky_1=(M+m)g \rightarrow$$

$$K=(M+m)g/y_1=4 \cdot 10/0,4\text{N/m}=100\text{N/m}$$

Για την τυχαία θέση του σχήματος που απέχει κατά y από την θέση ισορροπίας:



$$\Sigma F = F_{ελ} - W = K(y_1 - y) - (M+m)g = Ky_1 - Ky - (M+m)g = -Ky$$

Η τελευταία εξίσωση αποδεικνύει ότι το σύστημα εκτελεί α.α.τ. με σταθερά επαναφοράς $D=K$.

Αλλά:

$$D = m_{ολ} \omega^2 \text{ ή }$$

$$\omega^2 = K/m_{ολ}$$

και με αντικατάσταση $\omega = 5 \text{ rad/s}$.

Αλλά και κάθε σώμα χωριστά εκτελεί επίσης την ίδια ταλάντωση, επομένως:

$$D_A = M\omega^2 = 3 \cdot 25 \text{ N/m} = 75 \text{ N/m} \text{ και}$$

$$D_B = m\omega^2 = 1 \cdot 25 \text{ N/m} = 25 \text{ N/m}.$$

β) Παίρνουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα B στην τυχαία θέση. Όπως φαίνονται στο διπλανό σχήμα στο σώμα B ασκούνται το βάρος του W_1 και η κάθετη αντίδραση N_1 από το σώμα A.

Αφού το σώμα εκτελεί α.α.τ. θα έχουμε:

$$N_1 - mg = -D_B \cdot y \text{ ή}$$

$$N_1 = mg - D_B \cdot y \quad (1)$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι όσο μεγαλώνει η απομάκρυνση y από τη θέση ισορροπίας, τόσο μικραίνει η δύναμη επαφής N_1 . Όταν $N_1 = 0$ τα σώματα χάνουν την επαφή.

$$mg = D_B \cdot y_2 \rightarrow$$

$$y_2 = 10/25 \text{ m} = 0,4 \text{ m}$$

Δηλαδή το σώμα θα χάσει την επαφή, σε απόσταση 0,4m πάνω από την θέση ισορροπίας του.

Η ενέργεια ταλάντωσης παραμένει σταθερή:

$$E = K + U \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2} K \cdot A^2 = \frac{1}{2} K \cdot y_2^2 + \frac{1}{2} (M+m) v^2 \text{ ή}$$

$$v^2 = (K/(M+m))(A^2 - y_2^2) \text{ ή}$$

και με αντικατάσταση:

$$v = 2 \cdot \sqrt{3} \text{ m/s}$$

