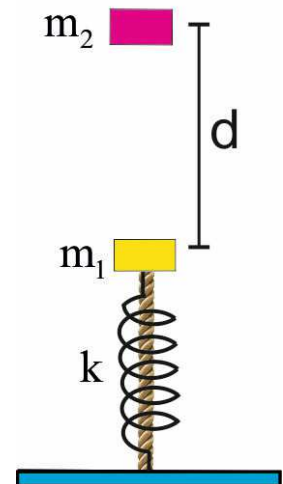


Στην κατάλληλη θέση ... για το μέγιστο πλάτος!

Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$ είναι δεμένο και ισορροπεί στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200 \text{ N/m}$ το κάτω άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Με τη βοήθεια ενός νήματος συμπιέζουμε και άλλο το ελατήριο, δένοντας τελικά το νήμα στο έδαφος. Στη θέση αυτή η τάση του νήματος είναι ίση με $T = 40 \text{ N}$. Σε απόσταση d και στην ίδια κατακόρυφο συγκρατείται σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2 \text{ kg}$.



Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα οπότε το Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

α. Πόσο είναι το πλάτος ταλάντωσης του σώματος Σ_1 ;

Κάποια κατάλληλη χρονική στιγμή, αφού κόψουμε το νήμα, αφήσαμε ελεύθερο το σώμα Σ_2 οπότε κάποια μεταγενέστερη χρονική στιγμή θα συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_1 έχοντας το σώμα Σ_2 τη στιγμή της κρούσης ταχύτητα μέτρου $v_2 = 3 \text{ m/s}$. Αν γνωρίζετε ότι η ελαστική κρούση των δύο σωμάτων γίνεται σε κατάλληλη θέση έτσι ώστε μετά την κρούση το σώμα Σ_1 να εκτελέσει ταλάντωση μέγιστου δυνατού πλάτους, να βρείτε:

β. Την απόσταση d που απείχαν αρχικά τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 .

γ. Το μέγιστο δυνατό πλάτος του Σ_1 .

δ. Τη μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_2 λόγω της κρούσης και να εξηγήσετε ποια είναι η κατεύθυνσή της.

ε. Με ποια χρονική διαφορά ξεκίνησαν τα σώματα Σ_1 και Σ_2 να κινούνται.

• Δίνονται $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\pi = 3,14$.

• Το σώμα Σ_2 ελάχιστα μετά την κρούση απομακρύνεται ώστε να μην ξανασυγκρουστεί με το σώμα Σ_1 .

• Η κρούση των δύο σωμάτων γίνεται πριν το σώμα Σ_1 ολοκληρώσει μια πλήρη ταλάντωση.

Απάντηση:

α. Για τη θέση ισορροπίας (σημείο Γ) γύρω από την οποία θα εξελιχθεί η ταλάντωση του Σ_1 ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ} = m_1 g \Rightarrow k \Delta l_1 = m_1 g \Rightarrow \Delta l_1 = 0,1 \text{ m}$$

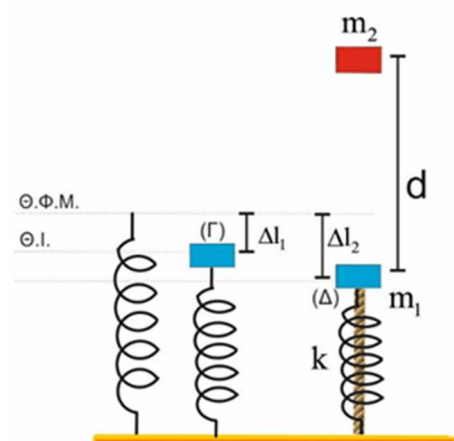
Για την αρχική θέση ισορροπίας (σημείο Δ) του σώματος Σ_1 ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ} = m_1 g + T \Rightarrow k \Delta l_2 = m_1 g + T \Rightarrow \Delta l_2 = 0,3 \text{ m}$$

Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ_1 είναι ίσο με:

$$A = \Delta l_2 - \Delta l_1 = 0,2 \text{ m}$$

β. Το σώμα Σ_1 αμέσως μετά την ελαστική κρούση θα εκτελέσει μια



νέα ταλάντωση πλάτους A' . Για τη στιγμή αμέσως μετά την κρούση θα ισχύει:

$$E_T' = K + U \Rightarrow \frac{1}{2} k A'^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} k x_o^2 \Rightarrow A' = \sqrt{\frac{m_1 v_1'^2 + k x_o^2}{k}} \quad (1)$$

Στη σχέση αυτή v_1' είναι το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την κρούση και x_o είναι η τελική απομάκρυνση από την πρώτη ταλάντωση.

Επειδή η κρούση των δύο σωμάτων είναι ελαστική και έχουν ίδιες μάζες, τα σώματα Σ_1 και Σ_2 θα ανταλλάξουν ταχύτητες. Άρα $v_1' = v_2 = 3 \text{ m/s}$.

Αφού λοιπόν θέλουμε το πλάτος του ταλάντωσης του σώματος Σ_1 να είναι το μέγιστο δυνατό μετά την κρούση, θα πρέπει σύμφωνα με τη σχέση (1) η απομάκρυνση x_o να έχει την μέγιστη δυνατή τιμή, δηλαδή πρέπει $x_o = \pm A = \pm 0,2 \text{ m}$.

Συμπέρασμα: Για να έχουμε το μέγιστο δυνατό πλάτος ταλάντωσης μετά την κρούση, θα πρέπει η ελαστική κρούση των δύο σωμάτων να γίνει στην ακραία θέση της πρώτης ταλάντωσης.

Για την κίνηση του σώματος Σ_2 από τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερο μέχρι τη στιγμή της κρούσης, εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας θα έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi, \text{αρχ}} = E_{\mu\eta\chi, \text{τελ}} \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = m_2 g h \Rightarrow h = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{3^2}{2 \cdot 10} \text{ m} \Rightarrow h = 0,45 \text{ m}$$

Επομένως τα δύο σώματα απείχαν αρχικά απόσταση $d = h + 2A = 0,45 \text{ m} + 0,4 \text{ m} \Rightarrow$

$$d = 0,85 \text{ m}$$

γ. Από τη σχέση (1) για το μέγιστο δυνατό πλάτος ταλάντωσης θα ισχύει:

$$A'_{\min} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3^2 + 200 \cdot 0,2^2}{200}} \Rightarrow A'_{\min} = 0,1\sqrt{13} \text{ m}$$

δ. Για τη μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_2 θα ισχύει:

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_2' - \vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2' - m_2 \vec{v}_2 \quad (2)$$

Το σώμα Σ_1 ελάχιστα πριν την κρούση έχει ταχύτητα $v_1 = 0$.

Λόγω ανταλλαγής ταχυτήτων το σώμα Σ_2 μετά την κρούση θα έχει ταχύτητα μέτρου $v_2' = 0$.

Θεωρώντας θετική φορά προς τα κάτω, η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_2 θα είναι:

$$\Delta \vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2' - m_2 \vec{v}_2 = [2 \cdot 0 - 2 \cdot 3] \text{ kg} \cdot \text{m/s} \Rightarrow \Delta \vec{p}_2 = -6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Η κατεύθυνση της μεταβολής της ορμής είναι **κατακόρυφα προς τα πάνω**.

ε. Αφού η κρούση γίνεται στην πάνω ακραία θέση ταλάντωσης το σώμα Σ_1 μέχρι να φτάσει στη θέση αυτή χρειάζεται χρόνο $\Delta t_1 = T/2 = 0,1\pi \text{ s} = 0,314 \text{ s}$.

Το σώμα Σ_2 για να αποκτήσει λόγω ελεύθερης πτώσης, ταχύτητα $v_2 = 3 \text{ m/s}$ θέλει χρόνο $v_2 = g \cdot \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = 0,3 \text{ s}$.

Άρα η χρονική διαφορά με την οποία ξεκίνησαν τα δύο σώματα είναι ίση με:

$$\Delta t = \Delta t_2 - \Delta t_1 = 0,314 \text{ s} - 0,3 \text{ s} \Rightarrow \Delta t = \mathbf{0,014 \text{ s}}$$

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Νεκτάριος Πρωτοπαπάς