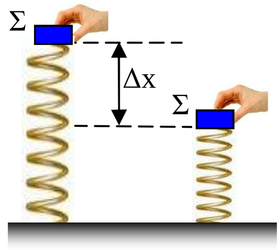
Ταλάντωση μετά από εκτίναξη



Ένα σώμα Σ μάζας m = 1kg, είναι δεμένο στο πάνω άκρο ιδανικού ελατηρίου. Αρχικά, κρατάμε το σώμα έτσι ώστε το ελατήριο να είναι κατακόρυφο στο φυσικό του μήκος, και με το ελεύθερο κάτω άκρο του, μόλις να αγγίζει στο οριζόντιο επίπεδο όπως φαίνεται στο σχήμα.

Αν μετατοπίσουμε το σώμα προς τα κάτω κατά Δx = 30cm και κατόπιν το αφήσουμε ελεύθερο, παρατηρούμε ότι, εκτινάσσεται προς τα πάνω και φτάνει σε ύψος h = 1,8 m από το σημείο που το αφήσαμε.

Στερεώνουμε το κάτω άκρο του ελατηρίου στο οριζόντιο επίπεδο, μετατοπίζουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά την ίδια μετατόπιση Δx, και παρατηρούμε ότι εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

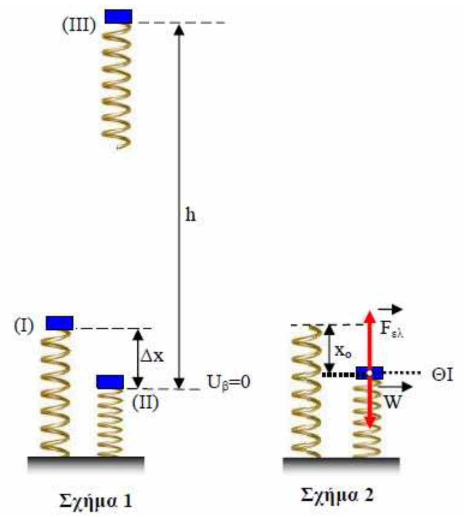
i) Να υπολογίσετε τα παρακάτω μεγέθη της ταλάντωσης αυτής:
   α) Την περίοδό της
   β) Το πλάτος της.

ii) Το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φτάσει το σώμα Σ πάνω από τη θέση που το αφήσαμε, όταν το κάτω άκρο του ελατήριου είναι στερεωμένο.

iii) Την ενέργεια που απαιτήθηκε για τη μετατόπιση του σώματος Σ από το σημείο του φυσικού μήκους του ελατηρίου προς τα κάτω κατά Δx = 30cm.

Δίνεται g = 10 m/s², ότι δεν υπάρχουν τριβές, και ότι η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ είναι D = k όπου k η σταθερά του ελατηρίου.

Απάντηση



Σχήμα 1 Σχήμα 2

i) Επειδή είναι h > Δx το σώμα θα ξεπεράσει το φυσικό μήκος του ελατηρίου και θα σταματήσει πιο ψηλά όπως φαίνεται στο σχήμα 1 εικόνα (III) , παίρνοντας μαζί του και το ελατήριο, το οποίο στη θέση αυτή διατηρεί το φυσικό του μήκος.

α) Με βάση την αρχή διατήρησης της ενέργειας (ΑΔΕ) από τη θέση (II) που αφήνεται ελεύθερο το σώμα μέχρι τη θέση (III) του σχήματος 1 έχουμε

$$\frac{1}{2}k\cdot(\Delta x)^2 = mgh \text{ ή}$$

$$k = \frac{2mgh}{(\Delta x)^2} = 400 \text{ N/m (1)}$$

Η περίοδος της ταλάντωσης είναι: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{400}}s = \frac{\pi}{10}s$.

β) Στη θέση ισορροπίας - σχήμα 2 – έχουμε

$$\vec{F}_{ελ} + \vec{W} = \vec{0} \text{ ή } F_{ελ} = mg \text{ ή } kx_o = mg \text{ άρα } x_o = mg/k = 2{,}5 \text{ cm}$$

Το σώμα, στο σημείο που το αφήσαμε, ηρεμούσε στιγμιαία άρα ξεκίνησε να ταλαντώνεται από ακραία θέση, κατά συνέπεια το πλάτος της ταλάντωσης είναι

$$A = \Delta x - x_o = 30cm - 2{,}5cm = 27{,}5\ cm.$$

ii) Στο μέγιστο ύψος από τη θέση που το αφήσαμε θα βρεθεί όταν σταματήσει στιγμιαία δηλαδή στην άνω ακραία θέση της ταλάντωσης.

$$\text{Άρα } H_{max} = 2A = 55\ cm\ .$$

iii) Με βάση την ΑΔΕ από την θέση (Ι) μέχρι τη θέση (ΙΙΙ) στο σχήμα 1 , έχουμε

$$mg\Delta x + E_{απαιτ} = mgh \text{ ή } E_{απαιτ} = mgh - mg\Delta x = 15\ j.$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Μανώλης Δρακάκης