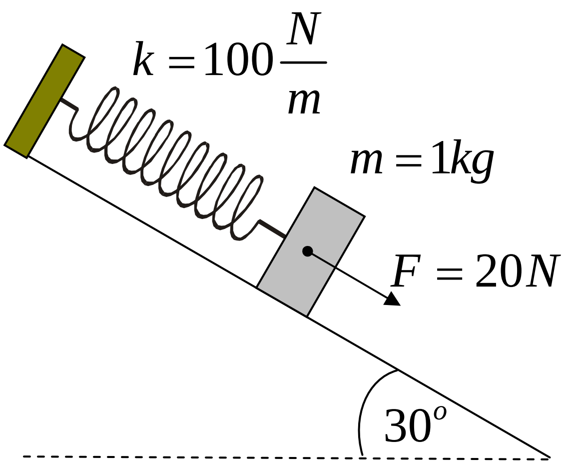
Ταλάντωση σε κεκλιμένο επίπεδο



Το σώμα του σχήματος ηρεμεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο , το οποίο σχηματίζει με το οριζόντιο γωνία 30^o , κρεμασμένο από το ιδανικό ελατήριο του σχήματος.

Κάποια χρονική στιγμή δέχεται δύναμη 20 N σταθερή και παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο με διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και φορά προς τα κάτω.

1. Δείξατε ότι εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.
2. Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης;
3. Σε πόσο χρόνο το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά 30 cm ;
4. Ποιο είναι το έργο του ελατηρίου μέχρι εκείνη τη στιγμή;
5. Υπολογίσατε την στιγμή εκείνη την ταχύτητα του σώματος.
6. Με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται τη στιγμή εκείνη η ορμή του;
7. Με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται τη στιγμή εκείνη η κινητική του ενέργεια;
8. Με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται τη στιγμή εκείνη η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου;
9. Με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται τη στιγμή εκείνη η λόγω βάρους δυναμική του ενέργεια;

(g=10 m/s^2 , θετική φορά προς τα δεξιά)

Απάντηση:

1. Υπολογίζουμε την αρχική παραμόρφωση του ελατηρίου:

$$k.x_o = mg\eta\mu 30^o$$

$$\Rightarrow x_o = \frac{mg\eta\mu 30^o}{k} = 0,05m$$

Η F μετατοπίζει τη θέση ισορροπίας κατά A:

$$k.x_o + k.A = mg\eta\mu 30^o + F$$

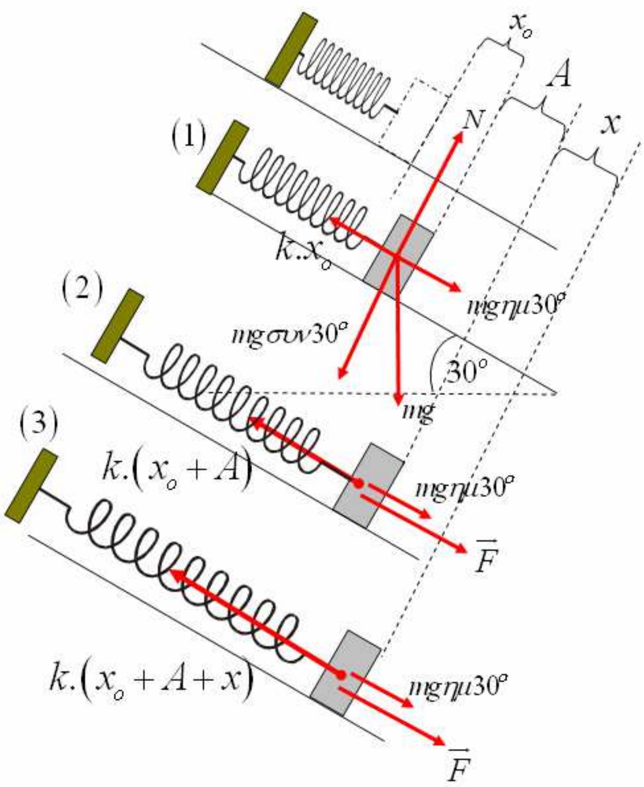
$$\Rightarrow A = \frac{F + mg\eta\mu 30^o}{k} - x_o$$

$$\Rightarrow A == 0,2m$$

Εκτρέπουμε το σώμα κατά x.

$$\sum F = F + \frac{mg}{2} - k\left(x_o + A + x\right)$$

$$= F + \frac{mg}{2} - k\left(x_o + A\right) - k.x$$

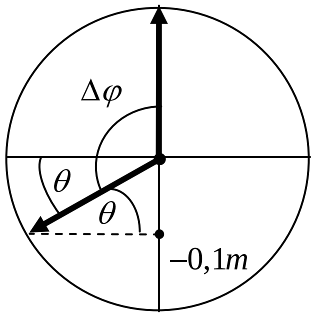


$$\Rightarrow \sum F = -k.x$$

Εκτελεί επομένως απλή αρμονική ταλάντωση με κυκλική συχνότητα:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\frac{rad}{s}$$

2. Η ταχύτητα στη θέση (1) είναι μηδέν , επομένως βρίσκεται σε ακραία θέση. Η θέση (2) είναι θέση ισορροπίας οπότε η απόστασή τους Α είναι το πλάτος. Το πλάτος επομένως είναι $0,2m$.
3. Όταν το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά 30 cm βρίσκεται πιο κάτω από την θέση ισορροπίας κατά $x = 0,1m$. Το χρονικό διάστημα που πέρασε θα υπολογιστεί με την βοήθεια στρεφόμενου.



$$\eta\mu\theta = \frac{0,1}{0,2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

Προφανώς:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \omega.\Delta t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow 10\Delta t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{15}s$$

4. Το έργο του ελατηρίου είναι ίσο με την διαφορά αρχικής-τελικής δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου. Οι δυναμικές ενέργειες υπολογίζονται λαμβάνοντας υπ' όψιν τη θέση φυσικού μήκους.

$$W_{E_{\varepsilon\lambda}} = U_{\varepsilon\lambda 1} - U_{\varepsilon\lambda 3} = \frac{1}{2}kx_o^2 - \frac{1}{2}k\left(A + x_o + x\right)^2 = \frac{1}{2}100\frac{25}{100^2} - \frac{1}{2}100\frac{35^2}{100^2}$$

$$\Rightarrow W_{E_{\varepsilon\lambda}} = -6J\ .$$

5. Η ταχύτητα του σώματος υπολογίζεται με επίκληση της διατήρησης της ενέργειας από τη θέση (1) στη θέση (3).

$$\frac{1}{2}k.A^2 = \frac{1}{2}k.x^2 + \frac{1}{2}m.\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon^2 = \frac{k}{m}\left(A^2 - x^2\right) \Rightarrow \upsilon^2 = 100\left(\frac{4-0,25}{100}\right) \Rightarrow \upsilon = \sqrt{3,75}\frac{m}{s}$$

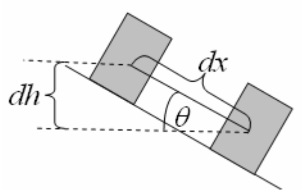
6. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι ίσος με την συνισταμένη των δυνάμεων.

$$\frac{dP}{dt} = \sum F = -k.x = -100.\frac{1}{10}N = -0,1N = -0,1\frac{kg.m}{s^2}$$

7. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε στην εν λόγω θέση και για απειροστό χρονικό διάστημα:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{o\lambda}}{dt} = \frac{\sum F.dx}{dt} = \sum F.\upsilon = -k.x.\upsilon = -100.\frac{1}{10}\sqrt{3,75}\frac{J}{s} = -10\sqrt{3,75}\frac{J}{s}$$

8. Στην εν λόγω θέση και για απειροστό χρονικό διάστημα dt έχουμε στοιχειώδη μετατόπιση dx. Το σημείο εφαρμογής της δύναμης του ελατηρίου «οπισθοχωρεί» κατά dx και καταναλίσκει έργο



$F_{\varepsilon\lambda} dx = k\left(x_o + A + x\right)dx$. Τόση είναι η αύξηση της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου. Επομένως:

$$\frac{dU_{\varepsilon\lambda}}{dt} = k\left(x_o + A + x\right)\frac{dx}{dt} = k\left(x_o + A + x\right)\upsilon = 100\left(0,05 + 0,2 + 0,1\right)\sqrt{3,75} = 35\sqrt{3,75}\,\frac{J}{s}$$

9. Το σώμα για απειροστό χρονικό διάστημα dt μετατοπίζεται κατά dx.

Η λόγω βάρους δυναμική του ενέργεια μειώνεται κατά $m.gdh$.

Δηλαδή

$$dU_G = -m.gdh \Rightarrow \frac{dU_G}{dt} = -m.g\frac{dh}{dt} \Rightarrow \frac{dU_G}{dt} = -m.g\frac{dx.\sigma\upsilon\nu\theta}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dU_G}{dt} = -m.g.\upsilon.\sigma\upsilon\nu\theta = -5\sqrt{3,75}\,\frac{J}{s}$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Γιάννης Κυριακόπουλος