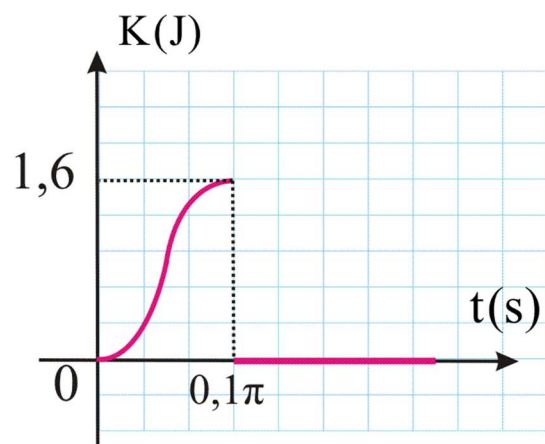
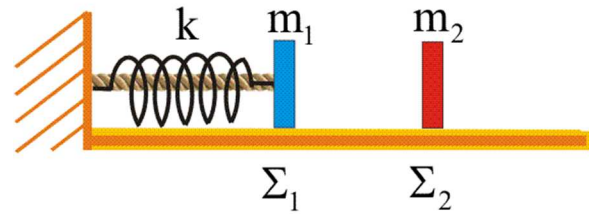


## Το ελάχιστο που μπορείς να κάνεις για να με σταματήσεις!

Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$  είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς  $k = 20 \text{ N/m}$  το αριστερό άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Το δάπεδο πάνω στο οποίο μπορεί να κινηθεί το σώμα  $\Sigma_1$  είναι λείο. Με τη βοήθεια νήματος το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά απόσταση  $d$  σε σχέση με το φυσικό του μήκος. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  κόβουμε το νήμα με αποτέλεσμα το σώμα  $\Sigma_1$  να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Σε κάποια άγνωστη απόσταση από το σώμα  $\Sigma_1$  βρίσκεται ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2$ . Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται το διάγραμμα της κινητικής ενέργειας του σώματος  $\Sigma_1$  σε συνάρτηση με το χρόνο.



α. Η σύγκρουση των δύο σωμάτων γίνεται στη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

β. Πόση είναι η μάζα  $m_1$  του σώματος  $\Sigma_1$ ;

γ. Πόση είναι η αρχική απόσταση των δύο σωμάτων;

δ. Πόσο ήταν το μέτρο της τάσης του νήματος λίγο πριν το κόψουμε;

ε. Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της μάζας  $m_2$  του σώματος  $\Sigma_2$  έτσι ώστε να πραγματοποιηθεί η παραπάνω κρούση;

στ. Θεωρώντας ότι το σώμα  $\Sigma_2$  έχει μάζα ίση με την ελάχιστη τιμή που μπορεί να έχει για να συμβεί το παραπάνω φαινόμενο, να βρείτε την απόσταση των σωμάτων τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0,2\pi \text{ s}$ .

Θεωρήστε αμελητέα τη χρονική διάρκεια της κρούσης.

Λύση

α. Παρατηρούμε από το διάγραμμα ότι το σώμα  $\Sigma_1$  έχει κινητική ενέργεια μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0,1\pi \text{ s}$ . Επειδή αμέσως μετά το σώμα  $\Sigma_1$  δεν έχει κινητική ενέργεια, συμπεραίνουμε ότι μετά την κρούση σταματάει να κινείται. **Αυτό σημαίνει ότι η κρούση γίνεται στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου** γιατί αν γινόταν σε οποιαδήποτε άλλη θέση, αμέσως μετά την κρούση θα υπήρχε συνισταμένη δύναμη διάφορη του μηδενός και μια νέα ταλάντωση (και όχι μηδενισμός της κινητικής ενέργειας του  $\Sigma_1$  που συμβαίνει τώρα).

β. Το σώμα Σ<sub>1</sub> πρόλαβε επομένως να κινηθεί μόνο για χρόνο T/4 (όσο χρόνο διήρκεσε η μετάβασή του από την ακραία θέση στη θέση ισορροπίας), όπου T η περίοδος της ταλάντωσής του. Όπως φαίνεται από το διάγραμμα, αυτή η χρονική στιγμή είναι ίση με 0,1π s. Επομένως:

$$\Delta t = \frac{T}{4} = 0,1\pi \text{ s} \Rightarrow T = 0,4\pi \text{ s}$$

Επομένως για τη μάζα m<sub>1</sub> του σώματος Σ<sub>1</sub> θα ισχύει:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} \Rightarrow m_1 = \frac{k \cdot T^2}{4\pi^2} = \frac{20 \cdot (0,4\pi)^2}{4\pi^2} \text{ kg} \Rightarrow \mathbf{m_1 = 0,8 \text{ kg}}$$

γ. Αφού η κρούση γίνεται στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, η αρχική απόσταση των σωμάτων είναι ίση με d, δηλαδή ίση με το πλάτος της ταλάντωσης. Για τη μέγιστη κινητική ενέργεια του σώματος, όπως μπορούμε να δούμε και από το διάγραμμα, ισούται με 1,6 J. Άρα:

$$K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2K_{\max}}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6}{20}} \text{ m} \Rightarrow \mathbf{A = 0,4 \text{ m}}$$

Επομένως **d = 0,4 m**.

δ. Ελάχιστα πριν κόψουμε το νήμα, το σώμα Σ<sub>1</sub> ισορροπούσε με την επίδραση της δύναμης του ελατηρίου και της τάσης του νήματος. Οπότε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T = F_{\varepsilon\lambda} = kd = (20 \cdot 0,4) \text{ N} \Rightarrow \mathbf{T = 8 \text{ N}}$$

ε. Γνωρίζουμε ότι σε κάθε κρούση θα πρέπει η αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος να είναι μεγαλύτερη ή ίση με την τελική κινητική ενέργεια του συστήματος. Δηλαδή:

$$K_{\text{ολ.,αρχ}} \geq K_{\text{ολ.,τελ}} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1v_1^2 \geq \frac{1}{2}m_2v_2'^2 \Rightarrow m_1v_1^2 \geq m_2v_2'^2 \quad (1)$$

Λόγω της κρούσης και επειδή το σύστημα είναι μονωμένο, μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της ορμής. Είναι:

$$\vec{p}_{\text{ολ.,αρχ}} = \vec{p}_{\text{ολ.,τελ}} \Rightarrow m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2' \Rightarrow v_2' = \frac{m_1 \cdot v_1}{m_2} \quad (2)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$m_1v_1^2 \geq m_2 \left( \frac{m_1 \cdot v_1}{m_2} \right)^2 \Rightarrow m_1v_1^2 \geq m_2 \frac{m_1^2 \cdot v_1^2}{m_2^2} \Rightarrow 1 \geq \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow m_2 \geq m_1$$

Επομένως η ελάχιστη τιμή της μάζας του σώματος Σ<sub>2</sub> είναι:

$$\mathbf{m_{2,\min} = 0,8 \text{ kg}}$$

στ. Έχοντας το σώμα Σ<sub>2</sub> μάζας ίση με 0,8 kg, η κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων θα είναι ελαστική, οπότε γίνεται ανταλλαγή ταχυτήτων. Η ταχύτητα με την οποία θα κινείται το σώμα Σ<sub>2</sub> μετά την

κρούση θα είναι:

$$v_2' = v_1 = 2 \text{ m/s}$$

Με την ταχύτητα αυτή θα κινείται ευθύγραμμα και ομαλά, οπότε σε χρονική διάρκεια  $\Delta t = 0,2\pi \text{ s} - 0,1\pi \text{ s} = 0,1\pi \text{ s}$  θα έχει μετατοπιστεί κατά:

$$d' = v_2' \Delta t = (2 \cdot 0,1\pi) \text{ m} = 0,2\pi \text{ m}$$

Και επειδή το σώμα  $\Sigma_1$  ακινητοποιήθηκε, τα δύο σώματα θα απέχουν τότε απόσταση:  **$d' = 0,2\pi \text{ m}$**

### Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

**Νεκτάριος Πρωτοπαπάς**