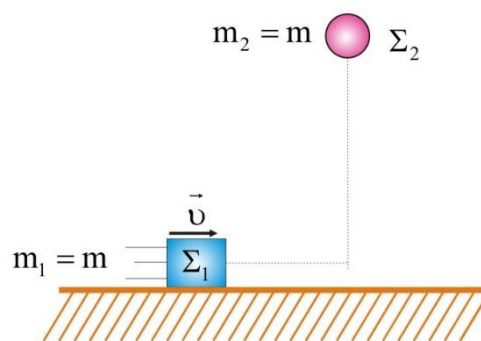


Μεταβολή ορμής σώματος vs μεταβολή ορμής συστήματος.

Σώμα Σ_1 μάζας m κινείται με ταχύτητα v σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σώμα Σ_2 ίδιας μάζας m κινείται κατακόρυφα. Κάποια στιγμή τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά. Τα μέτρα των ορμών των δύο σωμάτων ελάχιστα πριν την κρούση είναι ίσα. Θεωρήστε ότι τη στιγμή της κρούσης το συσσωμάτωμα που δημιουργείται δεν αναπηδά.



Α. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 λόγω της κρούσης είναι ίσο με:

A1. $|\Delta \vec{p}_1| = \frac{mv}{2}$ A2. $|\Delta \vec{p}_1| = mv$ A3. $|\Delta \vec{p}_1| = 2mv$

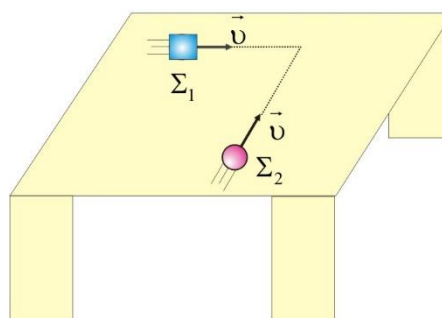
Β. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2 λόγω της κρούσης είναι ίσο με:

B1. $|\Delta \vec{p}_2| = \frac{mv}{2}$ B2. $|\Delta \vec{p}_2| = mv$ B3. $|\Delta \vec{p}_2| = \frac{mv\sqrt{5}}{2}$

Γ. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συστήματος των δύο σωμάτων λόγω της κρούσης είναι ίσο με:

Γ1. $|\Delta \vec{p}_{\text{ολ}}| = 0$ Γ2. $|\Delta \vec{p}_2| = mv$ Γ3. $|\Delta \vec{p}_2| = \frac{mv\sqrt{5}}{2}$

Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 ίδιας μάζας κινούνται οριζόντια πάνω στο ίδιο λείο οριζόντιο δάπεδο έχοντας ελάχιστα πριν την κρούση ίδιου μέτρου ταχύτητα v , κινούμενα σε κάθετες διευθύνσεις, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά.



Δ. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 λόγω της κρούσης είναι ίσο με:

Δ1. $|\Delta \vec{p}_1| = \frac{mv}{2}$ Δ2. $|\Delta \vec{p}_1| = mv$ Δ3. $|\Delta \vec{p}_1| = \frac{mv\sqrt{2}}{2}$

Ε. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2 λόγω της κρούσης είναι ίσο με:

E1. $|\Delta \vec{p}_2| = \frac{mv}{2}$ E2. $|\Delta \vec{p}_2| = mv$ E3. $|\Delta \vec{p}_2| = \frac{mv\sqrt{2}}{2}$

Z. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συστήματος των δύο σωμάτων λόγω της κρούσης είναι ίσο με:

Z1. $|\Delta \vec{p}_{ολ}| = 0$ **Z2.** $|\Delta \vec{p}_2| = mv$ **Z3.** $|\Delta \vec{p}_2| = \frac{mv\sqrt{5}}{2}$

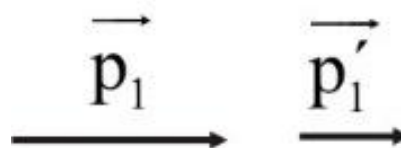
Λύση

A. Αφού τα δύο σώματα έχουν ελάχιστα πριν την κρούση ίδιο μέτρο ορμής, θα έχουν και ίδιου μέτρου ταχύτητα v .

Η ορμή του συστήματος κατά την κρούση διατηρείται μόνο στον άξονα x. Επομένως:

$$p_{ολ, αρχ} = p_{ολ, τελ} \Rightarrow mv = (m + m) v_k \Rightarrow v_k = \frac{v}{2}$$

Επειδή το σώμα Σ_1 πριν και μετά την κρούση κινείται οριζόντια και προς την ίδια κατεύθυνση, το μέτρο της μεταβολής της ορμής του θα είναι:



$$|\Delta \vec{p}_1| = |\vec{p}'_1 - \vec{p}_1| = |mv_k - mv| = \left| m \frac{v}{2} - mv \right| \Rightarrow |\Delta \vec{p}_1| = \frac{mv}{2}$$

Επομένως, **σωστή απάντηση είναι η A1.**

B. Μην βιαστεί κάποιος να απαντήσει ότι ισχύει πάντα $\Delta \vec{p}_2 = -\Delta \vec{p}_1$, οπότε

$$|\Delta \vec{p}_2| = \frac{mv}{2}. \text{ Αυτό δεν ισχύει στο συγκεκριμένο πρόβλημα γιατί}$$

δεν διατηρείται η ορμή του συστήματος και στους δύο άξονες.

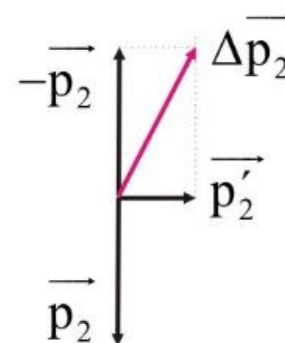
Πάμε λοιπόν με την διανυσματική αφαίρεση... Σχεδιάζουμε τα διανύσματα της ορμής $\vec{p}_2$, $\vec{p}'_2$ και $-\vec{p}_2$ για το σώμα Σ_2 . Επειδή:

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}'_2 - \vec{p}_2 = \vec{p}'_2 + (-\vec{p}_2) \text{ θα κάνουμε διανυσματική}$$

πρόσθεση των διανυσμάτων $\vec{p}'_2$ και $-\vec{p}_2$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2 είναι:

$$|\Delta \vec{p}_2| = \sqrt{|\vec{p}'_2|^2 + |-\vec{p}_2|^2} = \sqrt{\left(m \frac{v}{2}\right)^2 + (mv)^2} \Rightarrow |\Delta \vec{p}_2| = \frac{mv\sqrt{5}}{2}$$



Επομένως, **σωστή απάντηση είναι η B3.**

Γ. Μην βιαστεί κάποιος να απαντήσει, ότι επειδή εφαρμόσαμε αρχή διατήρησης της ορμής θα πρέπει: $|\Delta \vec{p}_{\text{συστ}}| = 0$

Επειδή η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων διατηρείται μόνο στον άξονα x, για να βρούμε τη μεταβολή της ορμής του συστήματος βρίσκουμε τη μεταβολή της ορμής του συστήματος μόνο στον άξονα y. Είναι:

$$|\Delta \vec{p}_{\text{συστ}}| = |\Delta \vec{p}_{\text{συστ}, x}| + |\Delta \vec{p}_{\text{συστ}, y}| = 0 + |\Delta \vec{p}_{\text{συστ}, y}| = |\Delta \vec{p}_{\text{συστ}, y}|$$

Για τον κατακόρυφο όμως άξονα για το σύστημά μας ισχύει:

$$|\Delta \vec{p}_{\text{συστ},y}| = |\vec{p}_{\text{συστ},y}' - \vec{p}_{\text{συστ},y}| = |0 - mv| = mv$$

Επομένως, **σωστή απάντηση είναι η Γ₂**.

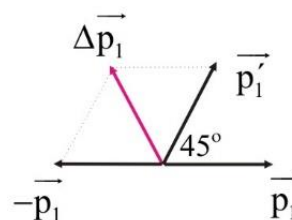
Δ. Στο παράδειγμά μας η ορμή του συστήματος διατηρείται και στους δύο άξονες. Εφαρμόζοντας συνολικά την αρχή διατήρησης της ορμής θα ισχύει:

$$p_{\text{ολ},\text{αρχ}} = p_{\text{ολ},\text{τελ}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = (m + m) v_{\kappa} \Rightarrow \sqrt{(mv)^2 + (mv)^2} = (m + m) v_{\kappa} \Rightarrow v_{\kappa} = \frac{v\sqrt{2}}{2}$$

Η ταχύτητα $\vec{v}_{\kappa}$ (και κατά συνέπεια και η ορμή $\vec{p}_1'$) σχηματίζει γωνία 45° με την κατεύθυνση της αρχικής ταχύτητας $\vec{v}_1$ (και κατά συνέπεια και με την ορμή $\vec{p}_1$).

Σχεδιάζουμε τα διανύσματα της ορμής $\vec{p}_1$, $\vec{p}_1'$ και $-\vec{p}_1$ για το σώμα Σ₁. Επειδή: $\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_1' - \vec{p}_1 = \vec{p}_1' + (-\vec{p}_1)$ θα



κάνουμε διανυσματική πρόσθεση των διανυσμάτων $\vec{p}_1'$ και $-\vec{p}_1$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ₁ είναι:

$$\begin{aligned} |\Delta \vec{p}_1| &= \sqrt{|\vec{p}_1'|^2 + |-\vec{p}_1|^2 + 2|\vec{p}_1'| |-\vec{p}_1| \cos 135^\circ} = \\ &= \sqrt{\left(m \frac{v\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (mv)^2 + 2(mv) \left(m \frac{v\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow |\Delta \vec{p}_1| = \frac{mv\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

Επομένως, **σωστή απάντηση είναι η Δ₃**.

Ε. Επειδή η ορμή διατηρείται για όλο το σύστημά μας θα ισχύει $\Delta \vec{p}_2 = -\Delta \vec{p}_1$, και

κατά συνέπεια $|\Delta \vec{p}_1| = |\Delta \vec{p}_2| = \frac{mv\sqrt{2}}{2}$. Επομένως **σωστή απάντηση είναι η Ε₃**.

Ζ. Στην περίπτωση αυτή η ορμή διατηρείται και στους δύο άξονες, οπότε:

$|\Delta \vec{p}_{\text{συστ}}| = 0$. Επομένως **σωστή απάντηση είναι η Ζ₁**.

Επιμέλεια:
Νεκτάριος Πρωτοπαπάς
nprotopapas@avgouleaschool.gr