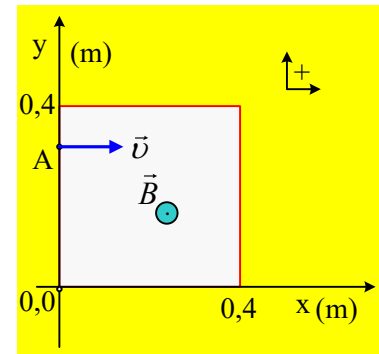


Ένα πρωτόνιο εκτρέπεται από μαγνητικό πεδίο.

Στο σχήμα βλέπουμε την τομή ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου στο επίπεδο της σελίδας, σχήματος τετράγωνου πλευράς $a=0,4\text{m}$, με ένταση $B=2\cdot 10^{-4}\text{T}$, κάθετη στο επίπεδο της σελίδας, στην οποία έχουμε προσαρμόσει ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων x και y . Ένα πρωτόνιο κινείται στη διεύθυνση x και μπαίνει στο σημείο A του πεδίου, στη θέση $y=0,3\text{m}$, με ταχύτητα $v=10^4\text{m/s}$ και εξέρχεται από το μαγνητικό πεδίο από ένα σημείο Γ με τετμημένη $x=0,4\text{m}$.



Ζητούνται:

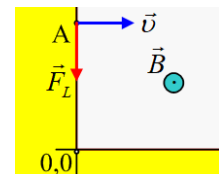
- Να σχεδιάσετε την δύναμη που δέχεται το πρωτόνιο κατά την είσοδό του στο πεδίο, στο σημείο A , υπολογίζοντας και το μέτρο της.
- Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του πρωτονίου, κατά την κίνησή του στο πεδίο.
- Η εκτροπή του πρωτονίου από το πεδίο.
- Οι συντεταγμένες του κέντρου K της κυκλικής τροχιάς και του σημείου εξόδου Γ από το πεδίο.
- Η μεταβολή της ορμής Δp_x και Δp_y του πρωτονίου στους δύο άξονες, κατά την διάρκεια της κίνησης στο πεδίο, καθώς και οι αντίστοιχοι ρυθμοί μεταβολής της ορμής του πρωτονίου dp_x/dt και dp_y/dt , στους άξονες x και y , στο σημείο Γ .

Δίνονται : $m_p=1,6\cdot 10^{-27}\text{kg}$, $q_p=1,6\cdot 10^{-19}\text{C}$.

Απάντηση:

- Με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων, βρίσκουμε ότι στο πρωτόνιο, μόλις μπει στο μαγνητικό πεδίο, θα ασκηθεί δύναμη Lorentz, κάθετη στην ταχύτητα, όπως στο σχήμα, με μέτρο:

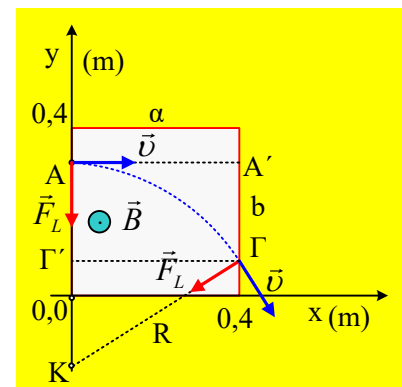
$$F_L = Bvq = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{N} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{N}$$



- Η παραπάνω δύναμη παίζει το ρόλο της κεντρομόλου, με αποτέλεσμα το πρωτόνιο να κινηθεί σε κυκλική τροχιά, με ακτίνα:

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{1,6 \cdot 10^{-27} \cdot 10^4}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} \text{m} = 0,5\text{m}$$

- Το ότι το πρωτόνιο εξέρχεται από το πεδίο από τη θέση Γ με $x_\Gamma=0,4\text{m}$, σημαίνει ότι το Γ βρίσκεται στην δεξιά πλευρά του τετραγώνου, όπως στο σχήμα. Αλλά τότε αν προεκτείνουμε τις διευθύνσεις της δύναμης Laplace στις θέσεις A και Γ , το σημείο τομής τους K , θα είναι και το κέντρο της κυκλικής τροχιάς του πρωτονίου και η απόσταση $(A\Gamma)=b$, θα είναι η εκτροπή του πρωτονίου που ζητάμε. Φέρνοντας την $\Gamma\Gamma'$ παράλληλη στον άξονα x , εφαρμόζουμε



το Π.Θ. στο ορθογώνιο τρίγωνο Γ'ΤΚ:

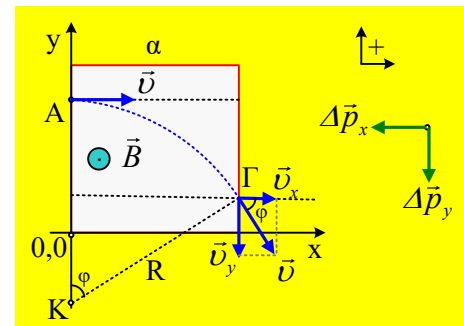
$$\begin{aligned}(K\Gamma)^2 &= (K\Gamma')^2 + (\Gamma\Gamma')^2 \rightarrow R^2 = (R-b)^2 + a^2 \rightarrow \\ R^2 &= R^2 - 2Rb + b^2 + a^2 \rightarrow b^2 - 2Rb + a^2 = 0 \xrightarrow{\text{αντ}} b^2 - b + 0,16 = 0 \\ b &= \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 0,16}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{0,36}}{2} \rightarrow \\ b &= 0,8m \quad \text{ή} \quad b = 0,2m\end{aligned}$$

Η περίπτωση $b=0,8m$ απορρίπτεται αφού θα πρέπει $b \leq 0,3m$ για να έχουμε $x_\Gamma=0,4m$, οπότε δεκτή είναι η λύση $b=0,2m$.

iv) Με βάση τα παραπάνω, το κέντρο της κυκλικής τροχιάς Κ βρίσκεται πάνω στον άξονα y, $0,5m$ χαμηλότερα της θέσης Α, άρα με συντεταγμένες $(x,y) = (0, -0,2m)$, ενώ το σημείο εξόδου Γ έχει συντεταγμένες $(x,y)=(0,4m, 0,1m)$.

v) Για την μεταβολή της ορμής του πρωτονίου κατά την κίνησή του στο πεδίο, με βάση το διπλανό σχήμα και αφού παρατηρήσουμε ότι η γωνία μεταξύ της v_x και της ταχύτητας v στο σημείο εξόδου Γ, είναι ίση με την επίκεντρη γωνία ϕ , αφού πρόκειται για οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές, έχουμε:

$$\begin{aligned}\Delta p_x &= p_{x\Gamma} - p_A = mv \cdot \sin\phi - mv = mv(\sin\phi - 1) \rightarrow \\ \Delta p_x &= mv \left(\frac{R-b}{R} - 1 \right) \rightarrow \\ \Delta p_x &= 1,6 \cdot 10^{-27} \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{0,5-0,2}{0,5} - 1 \right) = -6,4 \cdot 10^{-24} \text{ kgm/s}\end{aligned}$$



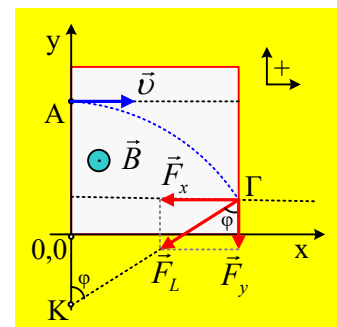
Ενώ για την διεύθυνση y:

$$\Delta p_y = p_{y\Gamma} - 0 = -mv \cdot \eta\mu\phi = -mv \cdot \frac{a}{R} = -1,6 \cdot 10^{-27} \cdot 10^4 \cdot \frac{0,4}{0,5} = -1,28 \cdot 10^{-23} \text{ kgm/s}$$

Δεξιά στο σχήμα έχουν σχεδιασθεί τα δύο παραπάνω διανύσματα $\Delta \vec{p}_x$ και $\Delta \vec{p}_y$.

Αναλύοντας την δύναμη Lorentz στη θέση Γ, όπως στο σχήμα θα έχουμε για τους ρυθμούς μεταβολής της ορμής, στους άξονες ($\eta\mu\phi=0,8$ και $\sin\phi=0,6$, όπως παραπάνω...):

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{p}_x}{dt} &= F_x = -F_L \cdot \eta\mu\phi \rightarrow \\ \frac{d\vec{p}_x}{dt} &= 3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 0,8 \text{ kgm/s}^2 = -2,56 \cdot 10^{-19} \cdot 0,8 \text{ kgm/s}^2.\end{aligned}$$



$$\frac{d\vec{p}_y}{dt} = F_y = -F_L \cdot \sin\phi = -3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 0,6 \text{ kgm/s}^2 = -1,92 \cdot 10^{-19} \text{ kgm/s}^2.$$

dmargaris@gmail.com