

Αλλάζοντας θέσεις στον ευθύγραμμο αγωγό.

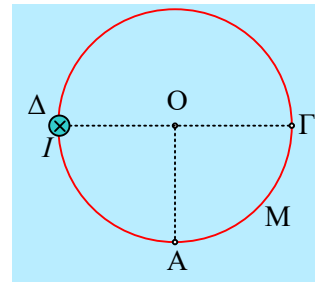
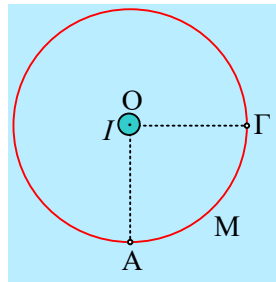
Στο επίπεδο της σελίδας έχουμε έναν κύκλο κέντρου O και ακτίνας r και στο σχήμα δίνονται δύο ακτίνες του, η OA και η OG , κάθετες μεταξύ τους.

i) Φέρνουμε έναν μεγάλου μήκους ευθύγραμμο αγωγό, ο οποίος διαρρέεται από ρεύμα $I=10A$, στη θέση του σχήματος, εφαπτόμενο στο κύκλο και παράλληλο στην ακτίνα OA .

α) Αν η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο αγωγός στο σημείο A έχει μέτρο $B_1=2 \cdot 10^{-5} T$, να βρεθεί η ένταση του πεδίου στο σημείο Γ .

β) Να υπολογισθεί το άθροισμα $\Sigma_1 = \Sigma B_i \cdot \Delta l_i \cdot \sin \phi_i$ κατά μήκος του τόξου $AM\Gamma$.

ii) Αλλάζουμε θέση στον αγωγό, τοποθετώντας τον κάθετα στο επίπεδο του κύκλου, στο κέντρο του O , όπως στο αριστερό σχήμα παρακάτω, ενώ ο αγωγός διαρρέεται από την ίδια ένταση ρεύματος I . Να υπολογισθεί ξανά το άθροισμα $\Sigma_2 = \Sigma B_i \cdot \Delta l_i \cdot \sin \phi_i$ κατά μήκος του τόξου $AM\Gamma$.



iii) Αν μεταφέρουμε τον αγωγό στο σημείο Δ του κύκλου, αντιδιαμετρικό του Γ , πάντα κάθετος στο επίπεδο του κύκλου, όπου τώρα η ένταση I έχει αντίθετη φορά, φορά προς τα μέσα, όπως στο δεξιό σχήμα:

α) Να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στα σημεία A και Γ .

β) Πόσο θα είναι τώρα το άθροισμα $\Sigma_3 = \Sigma B_i \cdot \Delta l_i \cdot \sin \phi_i$ κατά μήκος του τόξου $AM\Gamma$;

Δίνεται $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} Tm/A$.

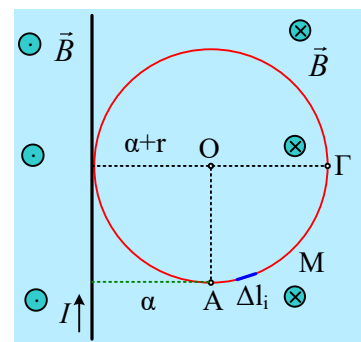
Απάντηση:

i) Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου του ευθύγραμμου αγωγού, είναι ομόκεντροι κύκλοι, σε επίπεδο κάθετο στον αγωγό, συνεπώς σε επίπεδο κάθετο στο επίπεδο της σελίδας. Έτσι με τη βοήθεια του κανόνα του δεξιού χεριού, βρίσκουμε ότι η ένταση του πεδίου στην περιοχή του κύκλου, είναι κάθετη στη σελίδα με φορά προς τα μέσα, όπως στο σχήμα.

α) Για το μέτρο της έντασης του πεδίου στα σημεία A και Γ έχουμε:

$$\text{Για το σημείο } A: B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{a} \quad \text{για το } \Gamma: B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{a+r}.$$

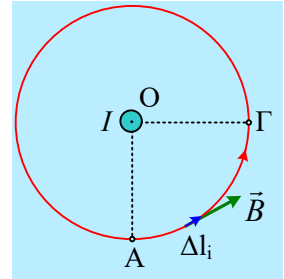
Αλλά με βάση το σχήμα $a=r$, οπότε:



$$B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{\alpha + r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{\alpha + \alpha} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{\alpha} = \frac{1}{2} B_1 = \frac{1}{2} 2 \cdot 10^{-5} T = 1 \cdot 10^{-5} T$$

β) Κάθε στοιχειώδες τμήμα Δl_i του τόξου ΑΓ, βρίσκεται στο επίπεδο της σελίδας, ενώ η ένταση του πεδίου είναι κάθετη στη σελίδα, συνεπώς και κάθετη στο τμήμα Δl_i . Αλλά τότε $\sin\varphi=0$ και κάθε προσθετός του αθροίσματος $B_i \cdot \Delta l_i \cdot \sin\varphi_i$ μηδενίζεται, οπότε και το άθροισμα $\Sigma_1 = \Sigma B_i \cdot \Delta l_i \cdot \sin\varphi_i = 0$.

- ii) Όταν ο αγωγός γίνει κάθετος στο επίπεδο της σελίδας, τότε οι δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι ομόκεντροι κύκλοι, οπότε αν ο αγωγός περνά από το κέντρο Ο του κύκλου, που μας δόθηκε, τότε ο κύκλος ταυτίζεται και με μια δυναμική γραμμή του μαγνητικού πεδίου. Τότε με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού, βρίσκουμε ότι ο προσανατολισμός της δυναμικής γραμμής είναι από το Α στο Γ και η γωνία μεταξύ του διανύσματος ενός τυχαίου Δl_i και της έντασης B , είναι μηδενική και $\sin\varphi=1$. Αλλά τότε για το ζητούμενο άθροισμα έχουμε:



$$\Sigma_2 = \sum_A B_i \cdot \Delta l_i \cdot \sin\varphi_i = \sum_A \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r} \cdot \Delta l_i \cdot \sin 0^\circ = \sum_A \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r} \cdot \Delta l_i \rightarrow$$

$$\Sigma_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r} \sum_A \Delta l_i = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r} \cdot \frac{2\pi r}{4} = \frac{1}{4} \mu_0 I = \frac{1}{4} 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 = \pi \cdot 10^{-6} Tm.$$

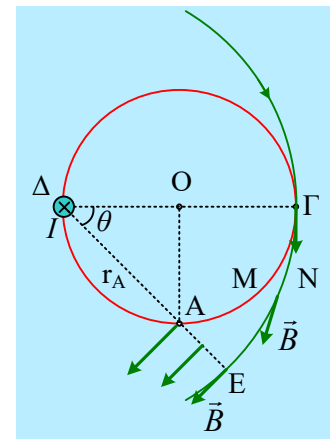
- iii) Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί μια κυκλική δυναμική γραμμή κέντρου Δ (με πράσινο χρώμα) που περνά από το σημείο Γ και την ένταση του πεδίου σε ένα σημείο Ν της γραμμής αυτής.

α) Για την ένταση του μαγνητικού πεδίου στα σημεία Α και Γ έχουμε:

$$B_A = B_3 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r_A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{\sqrt{r^2 + r^2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r\sqrt{2}} \rightarrow$$

$$B_3 = \frac{B_1}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot 10^{-5} \sqrt{2}}{2} T = \sqrt{2} \cdot 10^{-5} T$$

$$B_\Gamma = B_4 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r_\Gamma} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{2\alpha} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{\alpha} = \frac{1}{2} B_1 = 1 \cdot 10^{-5} T$$



Αξίζει να προσέξετε την ένταση στο σημείο Γ. Είτε ο αγωγός είναι πάνω στο επίπεδο (ερώτημα i), είτε κάθετος στο επίπεδο, απέχει την ίδια απόσταση από το σημείο Γ!

β) Εφαρμόζουμε το νόμο του Ampère στην κλειστή διαδρομή ΑΜΓΝΕΑ, παίρνοντας:

$$\sum_{AM\Gamma NEA} B_i \Delta l_i \cdot \sin\varphi_i = \mu_0 I_{\text{εγκ}} = 0 \rightarrow$$

$$\sum_A B_i \cdot \Delta l_i \cdot \sin\varphi_i + \sum_E B_i \cdot \Delta l_i \cdot \sin\varphi_i + \sum_\Gamma B_i \cdot \Delta l_i \cdot \sin\varphi_i = 0 \quad (1)$$

Αλλά στο τμήμα ΕΑ της διαδρομής, η ένταση είναι κάθετη σε κάθε στοιχειώδες τμήμα Δl , οπότε το άθροισμα μηδενίζεται, ενώ στη διαδρομή ΓΝΕ $\sin\varphi = \sin 0^\circ = 1$, ενώ έχουμε ένα τόξο κύκλου ακτίνας $2r$ που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία $\theta = 45^\circ$, οπότε:

$$S_{TNE} = 2\pi \cdot 2r \cdot \frac{45^0}{360^0} = \frac{\pi r}{2}$$

Οπότε από την εξίσωση (1) παίρνουμε:

$$\begin{aligned}\Sigma_3 &= \sum_A^{\Gamma} B_i \cdot \Delta l_i \cdot \sin\varphi_i = -\sum_E^{\Gamma} B_i \cdot \Delta l_i \cdot \sin\varphi_i - \sum_E^A B_i \cdot \Delta l_i \cdot \sin\varphi_i = -\sum_E^{\Gamma} B_r \cdot \Delta l_i \cdot \sin\theta^0 \rightarrow \\ \Sigma_3 &= -B_r \sum_E^{\Gamma} \Delta l_i = -\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{2r} \cdot \frac{\pi r}{2} = -\frac{\mu_0 I}{8} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{8} Tm = -\frac{\pi}{2} \cdot 10^{-6} Tm\end{aligned}$$

dmargaris@gmail.com