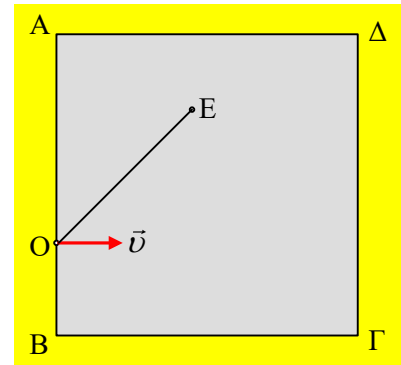


Η απόσταση του πρωτονίου σε μαγνητικό πεδίο.

Ένα πρωτόνιο κινούμενο με ταχύτητα $v=2\text{km/s}$ εισέρχεται τη στιγμή $t=0$, σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=10^{-4}\text{T}$, η τομή του οποίου είναι τετράγωνο, κάθετα στην πλευρά AB του πεδίου, στο σημείο O. Η ένταση του πεδίου είναι κάθετη στο επίπεδο της σελίδας. Τη χρονική στιγμή $t_1=(\pi/20)\text{ms}$, το πρωτόνιο περνά από το σημείο E του σχήματος, απέχοντας από το O απόσταση x . Με δεδομένο ότι το ειδικό φορτίο του πρωτονίου είναι ίσο με $q/m=10^8\text{C/kg}$:



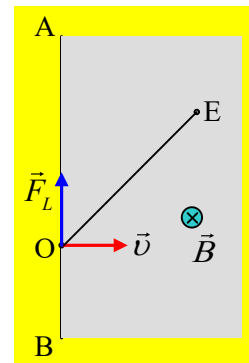
- i) Να βρείτε την κατεύθυνση της έντασης του πεδίου και υπολογισθούν η περίοδος και η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το πρωτόνιο.

Αν γνωρίζουμε και το φορτίο του πρωτονίου $q=1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$, να υπολογιστούν:

- ii) Η αρχική ορμή και ο αρχικός ρυθμός μεταβολής της ορμής του πρωτονίου, τη στιγμή της εισόδου στο πεδίο.
 iii) Η μεταβολή της ορμής του πρωτονίου στο χρονικό διάστημα $0-t_1$.
 iv) Να υπολογιστεί η απόσταση x και ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η απόσταση x τη στιγμή t_1 .

Απάντηση:

- i) Αφού το πρωτόνιο εκτρέπεται προς τα πάνω, στο σχήμα, σημαίνει ότι η δύναμη Lorentz που δέχτηκε από το πεδίο, κάθετη στην ταχύτητα, έχει την κατεύθυνση του διπλανού σχήματος. Αλλά τότε από τον κανόνα των τριών δακτύλων βρίσκουμε ότι η ένταση του πεδίου έχει φορά κάθετη στο επίπεδο της σελίδας, όπως στο σχήμα. Όσον αφορά τα ζητούμενα μεγέθη:



$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{v}{B \cdot \frac{q}{m}} = \frac{2.000}{10^{-4} \cdot 10^8} \text{m} = 0,2 \text{m}$$

$$T = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi}{B \cdot \frac{q}{m}} = \frac{2\pi}{10^{-4} \cdot 10^8} \text{s} = \frac{2\pi}{10^4} \text{s} = \frac{\pi}{5} \text{ms}$$

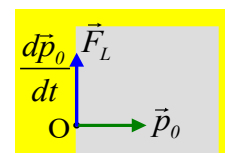
- ii) Η εξίσωση της ακτίνας του πρωτονίου, γράφεται:

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB}$$

Από την παραπάνω εξίσωση παίρνουμε για την αρχική ορμή του πρωτονίου:

$$R = \frac{p}{qB} \rightarrow p_0 = RqB = 0,2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-4} \text{kgm/s} = 3,2 \cdot 10^{-24} \text{kgm/s}$$

Ενώ ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι ίσος με τη συνισταμένη δύναμη, εδώ τη δύναμη Lorentz, κάθετη στην ορμή, όπως στο σχήμα, με μέτρο:



$$\frac{dp_0}{dt} = F_L = Bvq = 10^{-4} \cdot 2.000 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ N} = 3,2 \cdot 10^{-20} \text{ kg m/s}^2.$$

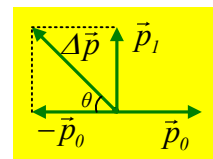
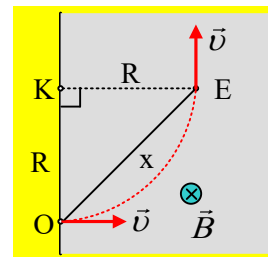
iii) Το πρωτόνιο φτάνει στο σημείο E τη χρονική στιγμή:

$$t_1 = \frac{\pi}{20} \text{ ms} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\pi}{5} \text{ ms} = \frac{1}{4} T$$

συνεπώς θα έχει διαγράψει ένα τεταρτοκύκλιο κέντρου K, όπως στο διπλανό σχήμα, έχοντας τελικά ταχύτητα κάθετη στην ακτίνα (KE) συνεπώς και σε διεύθυνση κάθετη στην ταχύτητα εισόδου στο πεδίο. Για την μεταβολή της ορμής του πρωτονίου μεταξύ των στιγμών t_0 και t_1 έχουμε:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_0 = \vec{p}_1 + (-\vec{p}_0) \rightarrow$$

$$\Delta p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = \sqrt{2p_1^2} = p_1 \sqrt{2} = 3,2 \sqrt{2} \cdot 10^{-24} \text{ kgm/s}$$



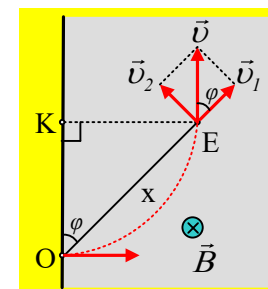
Ενώ για την κατεύθυνσή της έχουμε $\theta=45^\circ$, αφού το παραλληλόγραμμο των ορμών είναι τετράγωνο.

iv) Με βάση τα παραπάνω, το τρίγωνο KEO είναι ορθογώνιο, οπότε από το Π.Θ. παίρνουμε:

$$x = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2R^2} = R\sqrt{2} = 0,2\sqrt{2} \text{ m}$$

Ενώ η απόσταση x, μεταβάλλεται εξαιτίας της συνιστώσας v_1 της ταχύτητας στην διεύθυνση του (OE)=x. Έτσι στην περίπτωση μας η απόσταση x αυξάνεται με ρυθμό:

$$\frac{dx}{dt} = v_1 = v \cdot \sin \varphi = v \cdot \frac{R}{x} = 2.000 \cdot \frac{0,2}{0,2\sqrt{2}} \text{ m/s} = 1.000\sqrt{2} \text{ m/s}$$



Αφού η γωνία που σχηματίζει η v_1 με την ταχύτητα v, είναι ίση με τη γωνία EOK του τριγώνου.

dmargaris@gmail.com