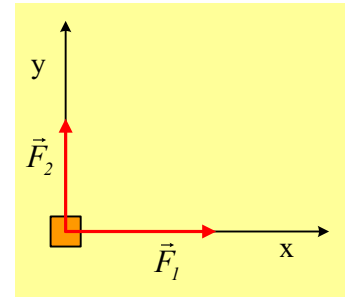


Η κίνηση με την επίδραση δύο κάθετων δυνάμεων.

Ένα σώμα μάζας 10kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στην αρχή ενός συστήματος οριζοντίων ορθογωνίων αξόνων x και y. Σε μια στιγμή $t_0=0$, στο σώμα ασκούνται δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις, πάνω στους άξονες x και y, όπως στο σχήμα, με μέτρα $F_1=4\text{N}$ και $F_2=3\text{N}$. όπως στο σχήμα (σε κάτοψη, δηλαδή όπως βλέπουμε το οριζόντιο επίπεδο, από πάνω).



- Να υπολογισθεί η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα καθώς και η διεύθυνση κίνησής του.
- Να βρεθεί η επιτάχυνση, η ταχύτητα και η θέση του σώματος τη στιγμή $t_1=4\text{s}$.
- Αν τη χρονική στιγμή $t_2=6\text{s}$ καταργείται η δύναμη F_2 να βρεθούν η επιτάχυνση και η ταχύτητα του σώματος αμέσως μετά ($t=t_2^+$), καθώς και η γωνία μεταξύ τους.

Απάντηση:

- Βρίσκουμε με την μέθοδο του παραλληλογράμμου τη συνισταμένη των δύο δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα, όπως στο σχήμα. Με τη βοήθεια του Π.Θ. βρίσκουμε για το μέτρο της συνισταμένης:

$$\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} \text{ N} = \sqrt{25} \text{ N} = 5 \text{ N}$$

Ενώ η διεύθυνση της συνισταμένης σχηματίζει με την δύναμη F_1 (ισοδύναμα με τον άξονα x), γωνία θ για την οποία, μπορούμε να βρούμε έναν τριγωνομετρικό αριθμό, όπως ημθ, συνθ, εφθ. Συνήθως βρίσκουμε την εφθ, εδώ τώρα ας βρούμε το ημθ:

$$\eta\mu\theta = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{F_2}{\Sigma F} = \frac{3 \text{ N}}{5 \text{ N}} = 0,6$$

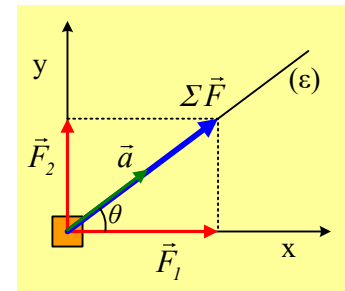
Αλλά τότε από το 2° νόμο του Νεύτωνα προκύπτει ότι αφού η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή (αφού είναι σταθερές οι δυο συνιστώσες), το σώμα θα αποκτήσει σταθερή επιτάχυνση στην ίδια κατεύθυνση, όπου:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \Sigma F = ma \rightarrow a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{5 \text{ N}}{10 \text{ kg}} = 0,5 \frac{\text{kg} \cdot \text{m/s}^2}{\text{kg}} = 0,5 \text{ m/s}^2.$$

Συμπέρασμα: Το σώμα θα κινηθεί με σταθερή επιτάχυνση, πάνω στην ευθεία (ε) του σχήματος, η οποία σχηματίζει γωνία θ με τον άξονα x, όπου $\eta\mu\theta=0,6$, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

- Με βάση την παραπάνω απάντηση, η επιτάχυνση του σώματος παραμένει σταθερή, με διεύθυνση της ευθείας (ε) και μέτρο $a=0,5\text{m/s}^2$. Για την ταχύτητα και την μετατόπιση, επίσης στην ίδια διεύθυνση, θα έχουμε τις εξισώσεις:

$$v = at \quad (1) \quad \Delta s = \frac{1}{2}at^2 \quad (2)$$



Όπου με Δs συμβολίσαμε την **μετατόπιση** κατά μήκος της ευθείας (ϵ), αφού το Δx αναφέρεται σε μετατόπιση στη διεύθυνση x (το s εδώ δεν συμβολίζει διάστημα)...

Με αντικατάσταση στις εξισώσεις (1) και (2) βρίσκουμε:

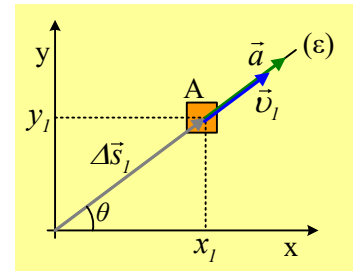
$$v_1 = at_1 = 0,5 \cdot 4 \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$$

$$\Delta s_1 = \frac{1}{2} at_1^2 = \frac{1}{2} 0,5 \cdot 4^2 \text{ m} = 4 \text{ m}$$

Σχόλιο: Αν τη στιγμή t_1 αυτή το σώμα βρίσκεται στη θέση Α της ευθείας (ϵ), μπορούμε να καθορίσουμε την θέση του δίνοντας και τις συντεταγμένες του σημείου αυτού (x, y), όπου:

$$\eta\mu\theta = \frac{y_1}{\Delta s_1} \rightarrow y_1 = \Delta s_1 \cdot \eta\mu\theta = 4 \text{ m} \cdot 0,6 = 2,4 \text{ m}$$

$$x_1 = \Delta s_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 4 \text{ m} \cdot 0,8 = 3,2 \text{ m}$$

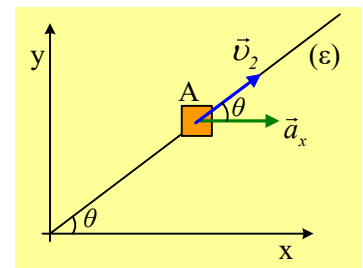


(μπορείτε να εξηγήσετε την εύρεση παραπάνω του x_1 ;))

iii) Τη χρονική στιγμή $t_2=6\text{s}$ το σώμα έχει ταχύτητα:

$$v_2 = at_2 = 0,5 \cdot 6 \text{ m/s} = 3 \text{ m/s}$$

Πάνω στην ευθεία (ϵ). Την ίδια ταχύτητα (σχεδόν) έχει και αμέσως μόλις καταργηθεί η δύναμη F_y τη στιγμή t_2^+ . Αντίθετα μόλις καταργηθεί η δύναμη στη διεύθυνση y , στο σώμα ασκείται μόνο η δύναμη F_1 η οποία «**α-καριαία**» θα προσδώσει επιτάχυνση στη διεύθυνση x , με μέτρο:



$$\vec{F}_x = m\vec{a}_x \rightarrow F_1 = ma_x \rightarrow a_x = \frac{F_1}{m} = \frac{4 \text{ N}}{10 \text{ kg}} = 0,4 \frac{\text{kg} \cdot \text{m/s}^2}{\text{kg}} = 0,4 \text{ m/s}^2.$$

Οπότε, όπως φαίνεται και στο διπλανό σχήμα, η γωνία μεταξύ ταχύτητας και επιτάχυνσης, είναι ίση με την γωνία θ , που σχηματίζει η ευθεία (ϵ) με τον άξονα x με $\eta\mu\theta=0,6$.

Σχόλιο: Και εδώ τελειώνει η ευθύγραμμη κίνηση του σώματος! Τι κίνηση θα κάνει μετά, θα το μελετήσετε στην Β' τάξη...

dmargaris@gmail.com