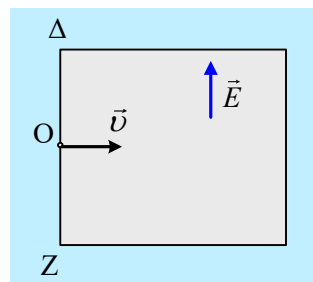
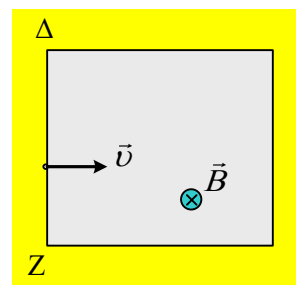


Τρία ιόντα χαλκού στο σύνθετο πεδίο.

Ένα μονοσθενές ιόν του $^{63}\text{Cu}^+$ (ión A) εισέρχεται με ταχύτητα $\vec{v}$ σε μια περιοχή, στην οποία συνυπάρχουν δύο ομογενή πεδία, ένα ηλεκτρικό με ένταση όπως στο σχήμα και ένα μαγνητικό πεδίο με ένταση κάθετη στο επίπεδο της σελίδας. Το ιόν εισέρχεται στο σημείο O, κάθετα στο όριο ΔZ των δύο πεδίων και συνεχίζει να κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα.



- i) Αφού σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούν τα δύο πεδία στο ιόν A, να βρείτε την κατεύθυνση της έντασης του μαγνητικού πεδίου.
- ii) Αν η ταχύτητα εισόδου $\vec{v}$, σχηματίζει γωνία ϕ με την πλευρά ΔZ , τότε:
 - α) Το ιόν θα κινηθεί ευθύγραμμα και ομαλά.
 - β) Θα εκτραπεί προς τα πάνω, στο σχήμα.
 - γ) Θα εκτραπεί προς τα κάτω.
- iii) Αν το ιόν A αντικατασταθεί από το δισθενές ιόν $^{63}\text{Cu}^{+2}$ (ión B) το οποίο εισέρχεται στο σύνθετο πεδίο κάθετα στην ΔZ με την ίδια ταχύτητα $\vec{v}$, όπως και το A, θα εκτραπεί από το σύνθετο πεδίο ή θα κινηθεί ευθύγραμμα;
- iv) Θα αλλάξει κάτι αν το ιόν B αντικατασταθεί από το μονοσθενές ιόν $^{65}\text{Cu}^+$ (ión Γ), το οποίο επίσης εισέρχεται στο σύνθετο πεδίο, όπως και το ιόν B;
- v) Ένα μίγμα ιόντων A και Γ επιταχύνονται από τάση V και στη συνέχεια εισέρχονται κάθετα στην ΔZ , όπου στο χώρο υπάρχει το σύνθετο πεδίο. Να εξετάσετε την ορθότητα ή μη των προτάσεων:
 - α) Τα δύο ιόντα εισέρχονται στο πεδίο με την ίδια ταχύτητα.
 - β) Τα δύο ιόντα δεν εκτρέπονται από το πεδίο.
 - γ) Αν το ιόν A δεν εκτρέπεται από το πεδίο, τότε το ιόν Γ εκτρέπεται προς τα κάτω.
- vi) Καταργούμε το ηλεκτρικό πεδίο, ενώ στην περιοχή υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο με ένταση κάθετη στο επίπεδο της σελίδας, όπως στο σχήμα. Επιταχύνουμε ένα μίγμα ιόντων A ($^{63}\text{Cu}^+$) και B ($^{63}\text{Cu}^{+2}$), από τάση V και στη συνέχεια τα ιόντα μπαίνουν στο μαγνητικό πεδίο κάθετα στην πλευρά ΔZ . Αν R_1 και R_2 οι ακτίνες των κυκλικών τροχιών των δύο ισοτόπων εντός του μαγνητικού πεδίου, ισχύει:



$$\alpha) R_2 \leq 0,5R_1,$$

$$\beta) 0,5R_1 < R_2 \leq R_1,$$

$$\gamma) R_1 < R_2 \leq 1,5R_1,$$

$$\delta) 1,5R_1 < R_2 \leq 2R_1.$$

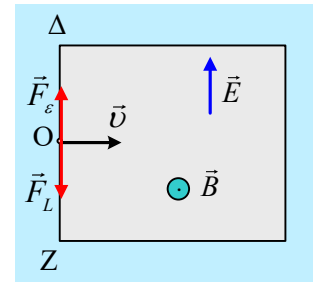
Απάντηση:

- i) Αφού το ιόν A δεν εκτρέπεται από το σύνθετο πεδίο, η συνισταμένη δύναμη που δέχεται είναι μηδενική. Το ιόν όμως φέρει θετικό φορτίο, συνεπώς η δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο, μόλις μπει στο πεδίο, κατευθύνεται προς την κορυφή Δ , ίδιας κατεύθυνσης με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου. Αλλά τότε από

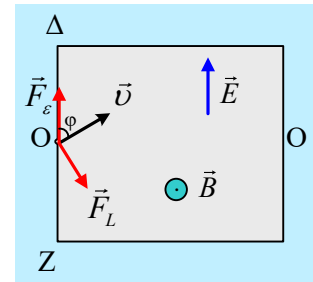
το μαγνητικό πεδίο θα δεχτεί δύναμη αντίθετης κατεύθυνσης, αφού τότε:

$$F_e = F_L \rightarrow qE = Bvq \rightarrow E = Bv \quad (1)$$

Με βάση την κατεύθυνση της δύναμης Lorentz, με την βοήθεια των τριών δακτύλων βρίσκουμε ότι η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετη στο επίπεδο της σελίδας, με φορά προς τα έξω, όπως στο σχήμα.



- ii) Αν η ταχύτητα εισόδου στα πεδία σχημάτιζε γωνία ϕ , όπως στο σχήμα, με την ΔZ , τότε το ιόν θα δεχτεί τις δυνάμεις που έχουν σημειωθεί στο σχήμα, ίσου μέτρου, με βάση την προηγούμενη ερώτηση. Αλλά τότε η συνισταμένη τους δεν είναι μηδενική και το ιόν ΔEN θα κινηθεί ευθύγραμμα και ομαλά.



Εξάλλου αν πάρουμε τη συνισταμένη δύναμη της διεύθυνσης της πλευράς $Z\Delta$, η F_e έχει μεγαλύτερο μέτρο από την συνιστώσα της F_L , με αποτέλεσμα η συνισταμένη, ας την ονομάσουμε ΣF_y , είναι μη μηδενική με κατεύθυνση προς την κορυφή Δ , προς την κατεύθυνση που θα εκτραπεί και το ιόν. Με βάση αυτά οι απαντήσεις στα υποερωτήματα, είναι Λ , Σ και Λ .

- iii) Η εξίσωση (1) μας δίνει την συνθήκη για την μη εκτροπή ενός φορτισμένου σωματιδίου, από το σύνθετο πεδίο. Από την σχέση αυτή προκύπτει ότι η τιμή του ηλεκτρικού φορτίου δεν καθορίζει την εκτροπή ή μη, αφού επηρεάζει μεν το μέτρο της F_e , αλλά ομοίως επηρεάζει και το μέτρο της F_L , οπότε τελικά αν η ταχύτητα ικανοποιεί την εξίσωση (1), τότε το ιόν περνά χωρίς να εκτραπεί, ανεξάρτητα του φορτίου που φέρει.
- iv) Τα ιόντα Β ($^{63}\text{Cu}^{+2}$) και Γ ($^{65}\text{Cu}^{+}$) διαφέρουν εκτός από τα φορτία και στις μάζες τους. Αλλά όμοια με πριν, η εξίσωση (1), μας λέει ότι ούτε η μάζα παίζει ρόλο στην εκτροπή ή μη του ιόντος από το σύνθετο πεδίο. Άρα αν δεν εκτρέπονται τα ιόντα Β δεν θα εκτραπούν και τα ισότοπά τους Γ, αρκεί να κινούνται με την ίδια ταχύτητα.
- v) Τα ιόντα Α ($^{63}\text{Cu}^{+}$) και Γ ($^{65}\text{Cu}^{+}$) φέρουν το ίδιο φορτίο $q=+e$, αλλά έχουν διαφορετικές μάζες, αφού ο μαζικός αριθμός του Γ είναι 65, μεγαλύτερος του αντίστοιχου (63) του ιόντος Α.

- α) Για την επιτάχυνση ενός ιόντος από ηλεκτρικό πεδίο, τάσης V , με την υπόθεση ότι αρχικά ήταν ακίνητο, έχουμε:

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV \rightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \quad (2)$$

Με βάση την (2), το ιόν Α θα αποκτήσει μεγαλύτερη ταχύτητα από το Γ ($v_1 > v_2$). Η πρόταση είναι λάθος.

- β) Και αυτή η πρόταση είναι λάθος, αφού οι ταχύτητες των δύο ισωτόπων είναι διαφορετικές, δεν μπορεί να μην έχουμε εκτροπή, τουλάχιστον τους ενός!

- γ) Αν το ιόν Α δεν εκτρέπεται από το πεδίο, σημαίνει ότι ικανοποιείται η σχέση (1), δηλαδή $E=Bv_1$, η οποία προκύπτει από την ισότητα των μέτρων $F_e=qE=Bvq=F_L$. Αλλά τα ιόντα Γ αποκτούν μικρότερη ταχύτητα, συνεπώς η δύναμη Lorentz που θα δεχτούν θα έχει μικρότερο μέτρο από την ηλεκτροστατική δύναμη, με αποτέλεσμα τα ιόντα να εκτρέπονται προς τα πάνω (στο σχήμα), στην κατεύθυνση της

έντασης του ηλεκτρικού πεδίου. Η πρόταση είναι λανθασμένη.

vi) Τα ιόντα A ($^{63}\text{Cu}^+$) και B ($^{63}\text{Cu}^{+2}$) έχουν ίσες μάζες αλλά το B έχει διπλάσιο φορτίο από το A. Οπότε από την εξίσωση (2) βρίσκουμε:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2q_1 V}{m}} = \sqrt{\frac{2eV}{m}} \text{ και}$$

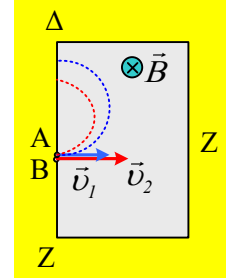
$$v_2 = \sqrt{\frac{2q_2 V}{m}} = \sqrt{\frac{4eV}{m}} = \sqrt{\frac{2eV}{m}} \cdot \sqrt{2} = v_1 \sqrt{2}$$

Αλλά τότε για τις ακτίνες των δύο ιόντων στο μαγνητικό πεδίο θα έχουμε:

$$R_1 = \frac{mv_1}{q_1 B} = \frac{mv_1}{eB} \text{ και}$$

$$R_2 = \frac{mv_2}{q_2 B} = \frac{mv_1 \sqrt{2}}{2eB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{mv_1}{eB} = \frac{\sqrt{2}}{2} R_1 \approx 0,7 R_1$$

Σωστή η πρόταση β).



dmargaris@gmail.com