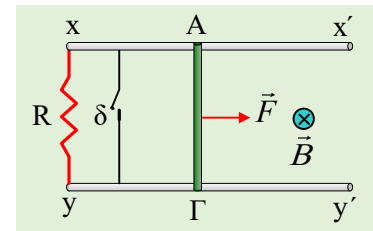


Ένας αγωγός επιταχύνεται σε μαγνητικό πεδίο.

Ο αγωγός ΑΓ, μήκους $l=1\text{m}$, μάζας $m=0,5\text{kg}$ και αντίστασης $r=0,5\Omega$, ξεκινά από την ηρεμία για $t=0$ και επιταχύνεται προς τα δεξιά, με την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης $F=3\text{N}$, σε επαφή με τους οριζόντιους παράλληλους αγωγούς xx' και yy' , χωρίς τριβές. Οι αγωγοί αυτοί έχουν αμελητέα αντίσταση, ενώ μεταξύ των άκρων x και y συνδέεται αντιστάτης, με αντίσταση $R=3,5\Omega$. Στο χώρο επικρατεί κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, έντασης $B=1\text{T}$ όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή t_1 όπου η ταχύτητα του αγωγού γίνεται ίση με $v_1=2\text{m/s}$ κλείνουμε το διακόπτη δ , ενώ ο αγωγός συνεχίζει να σύρεται από την δύναμη F .



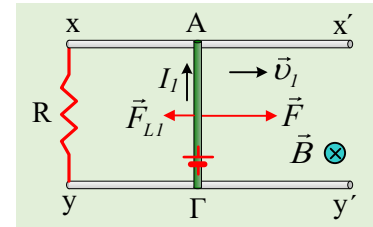
Στο χώρο επικρατεί κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, έντασης $B=1\text{T}$ όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή t_1 όπου η ταχύτητα του αγωγού γίνεται ίση με $v_1=2\text{m/s}$ κλείνουμε το διακόπτη δ , ενώ ο αγωγός συνεχίζει να σύρεται από την δύναμη F .

- i) Για την στιγμή t_1 , ελάχιστα πριν το κλείσιμο του διακόπτη, να υπολογιστούν:
 - α) Η τάση V_{AG} και η επιτάχυνση του αγωγού ΑΓ.
 - β) Η ισχύς κάθε δύναμης που ασκείται στον ΑΓ.
 - γ) Ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε ηλεκτρική στο κύκλωμα.
 - δ) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΑΓ.
- ii) Ποιες οι απαντήσεις στα παραπάνω υποερωτήματα, αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη;

Απάντηση:

- i) Με το διακόπτη ανοικτό, έχουμε το διπλανό κύκλωμα. Έτσι τη στιγμή t_1 , όπου ο αγωγός έχει ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$, αναπτύσσεται πάνω του μια ΗΕΔ λόγω επαγωγής, με πολικότητα όπως στο σχήμα, ίση με:

$$E_l = Bv_l l = 1\text{T} \cdot 2\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1\text{m} = 2\text{V}$$



Οπότε ο βρόχος ΑxyΓΑ διαρρέεται από ρεύμα, με φορά από το Γ στο Α, έντασης:

$$I_l = \frac{E_l}{R+r} = \frac{2\text{V}}{3,5\Omega + 0,5\Omega} = 0,5\text{A}$$

Αλλά τότε με τον κανόνα των τριών δακτύλων, βρίσκουμε ότι ο αγωγός δέχεται δύναμη Laplace αντίθετης φοράς από την ταχύτητα, όπως στο σχήμα, με μέτρο:

$$F_{L,l} = BI_l l = 1\text{T} \cdot 0,5\text{A} \cdot 1\text{m} = 0,5\text{N}$$

- α) Η τάση στα άκρα του αγωγού, είναι η πολική τάση στους πόλους μιας πηγής:

$$V_{AG,l} = E_l - I_l r = 2\text{V} - 0,5\text{A} \cdot 0,5\Omega = 1,75\text{V}$$

Ενώ με εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα (θετική φορά προς τα δεξιά), έχουμε:

$$\Sigma F = ma_l \rightarrow F - F_{L,l} = ma_l \rightarrow a_l = \frac{F - F_{L,l}}{m} = \frac{3\text{N} - 0,5\text{N}}{0,5\text{kg}} = 5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

- β) Για την ισχύ κάθε δύναμης έχουμε:

$$P_F = F \cdot v_l \cdot \sin 0^\circ = F \cdot v_l = 3 \cdot 2W = 6W$$

$$P_{FL,1} = F_{L,1} \cdot v_l \cdot \sin 180^\circ = -F_{L,1} \cdot v_l = -0,5 \cdot 2W = -1W$$

Τα αποτελέσματα μας λένε ότι μέσω του έργου της δύναμης F , μεταφέρεται ενέργεια στον αγωγό ΑΓ με ρυθμό 6J/s, ενώ μέσω του έργου της δύναμης Laplace αφαιρείται ενέργεια με ρυθμό 1J/s.

γ) Ο ρυθμός με τον οποίο μετατρέπεται η μηχανική ενέργεια σε ηλεκτρική, είναι ίσος με την ισχύ της «πηγής» με ΗΕΔ E_1 :

$$P_{\eta\lambda} = E_1 \cdot I_1 = 2V \cdot 0,5A = 1W$$

Μπορείτε τώρα να απαντήσετε τι έκανε η δύναμη Laplace την ενέργεια που αφαιρεί από τον αγωγό ΑΓ;

δ) Για το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας, έχουμε:

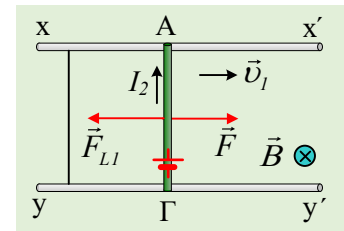
$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\alpha\lambda}}{dt} = \frac{(\Sigma F) \cdot dx \cdot \sin 0^\circ}{dt} = |\Sigma F| \cdot v_l = (3 - 0,5) \cdot 2 \text{ J/s} = 5 \text{ J/s}$$

Συμπέρασμα: Αυτός που ασκεί στη ράβδο τη δύναμη F , μεταφέρει ενέργεια στη ράβδο με ρυθμό 6J/s.

Το 1J/s μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια, μέσω του έργου της δύναμης Laplace ενώ τα υπόλοιπα 5J/s, παραμένουν στη ράβδο αυξάνοντας την κινητική της ενέργεια.

ii) Μόλις κλείσουμε το διακόπτη, η αντίσταση R βραχυκυκλώνεται, οπότε είναι σαν να αφαιρείται από το κύκλωμα, ενώ η ταχύτητα είναι ίση με v_1 (δεν πρόλαβε να αλλάξει!!!), συνεπώς και η ΗΕΔ παραμένει ίδια $E_1=2V$. Η ένταση όμως του ρεύματος αλλάζει, ενώ μένει σταθερή η φορά του:

$$I_2 = \frac{E_1}{r} = \frac{2V}{0,5\Omega} = 4A$$



Ενώ αλλάζει και το μέτρο της δύναμης Laplace:

$$F_{L,2} = BI_2 l = IT \cdot 4A \cdot lm = 4N$$

Με βάση τις τιμές αυτές, θα έχουμε:

α) Η τάση στα άκρα του αγωγού, η πολική τάση στους πόλους μιας πηγής:

$$V_{AG,2} = E_2 - I_2 r = 2V - 4A \cdot 0,5\Omega = 0V$$

Πράγμα αναμενόμενο αφού έχουμε την πολική τάση μιας βραχυκυκλωμένης πηγής!

Ενώ με εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα (θετική φορά προς τα δεξιά), έχουμε:

$$\Sigma F = ma_2 \rightarrow F - F_{L,2} = ma_2 \rightarrow a_2 = \frac{F - F_{L,2}}{m} = \frac{3N - 4N}{0,5kg} = -2 \text{ m/s}^2.$$

Η επιτάχυνση έχει φορά προς τα αριστερά, αντίθετη της ταχύτητας, ο αγωγός επιβραδύνεται.

β) Για την ισχύ κάθε δύναμης έχουμε:

$$P_F = F \cdot v_l \cdot \sin 0^\circ = F \cdot v_l = 3 \cdot 2W = 6W$$

$$P_{FL,2} = F_{L,2} \cdot v_l \cdot \sin 180^\circ = -F_{L,2} \cdot v_l = -4 \cdot 2W = -8W$$

Τα αποτελέσματα μας λένε ότι μέσω του έργου της δύναμης F , μεταφέρεται ενέργεια στον αγωγό ΑΓ με ρυθμό 6J/s , ενώ μέσω του έργου της δύναμης Laplace αφαιρείται ενέργεια με ρυθμό 8J/s .

- γ) Ο ρυθμός με τον οποίο μετατρέπεται η μηχανική ενέργεια σε ηλεκτρική, είναι ίσος με την ισχύ της «πηγής» με ΗΕΔ E_1 :

$$P_{\eta_{1,2}} = E_1 \cdot I_2 = 2V \cdot 4A = 8W$$

- δ) Για το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας, έχουμε:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\text{ολ}}}{dt} = \frac{(\Sigma F) \cdot dx \cdot \sin 180^\circ}{dt} = -|\Sigma F| \cdot v_l = -(4-3) \cdot 2 \text{J/s} = -2 \text{J/s}$$

Η δύναμη F συνεχίζει να δίνει ενέργεια στον αγωγό ΑΓ με ρυθμό 6J/s , αλλά μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε ηλεκτρική με ρυθμό 8J/s (μέσω του έργου της δύναμης Laplace). Τα υπόλοιπα 2J/s της μηχανικής ενέργειας που απαιτούνται για την μετατροπή, είναι εις βάρος της κινητικής ενέργειας της ράβδου, αφού αυτή μειώνεται με ρυθμό 2J/s .

dmargaris@gmail.com