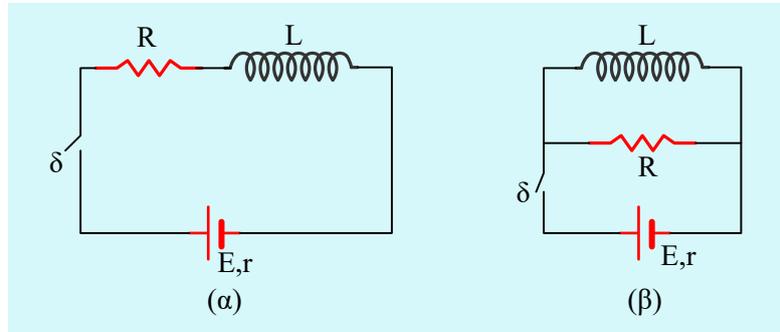


Δύο κυκλώματα με ίδια στοιχεία.

Διαθέτουμε μια πηγή συνεχούς τάσης με ΗΕΔ $E=20V$ και εσωτερικής αντίστασης $r=1\Omega$, έναν αντιστάτη με αντίσταση $R=3\Omega$, ένα ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής $L=4mH$ και ένα διακόπτη. Με τα παραπάνω υλικά μπορούμε να συναρμολογήσουμε ένα από τα παρακάτω κυκλώματα:



- i) Στο (α) κύκλωμα κλείνουμε το διακόπτη και σε μια στιγμή t_1 η τάση στους πόλους της πηγής είναι ίση με $V_1=16V$. Για τη στιγμή αυτή ζητούνται:
- Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο καθώς και η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται πάνω του.
 - Η ισχύς της πηγής, καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο αυξάνεται η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου.
 - Να επιβεβαιώσετε την διατήρησης της ενέργειας, με βάση στοιχεία για την παραπάνω στιγμή t_1 .
- ii) Στο (β) κύκλωμα κλείνουμε το διακόπτη τη στιγμή $t=0$, οπότε μια επόμενη στιγμή t_2 , η τάση στους πόλους της πηγής είναι ίση με $V_2=9V$. Ποιες θα είναι τώρα οι απαντήσεις στα παραπάνω υποερωτήματα α), β) και γ);
- iii) Να υπολογισθεί η ενέργεια μαγνητικού πεδίου που **τελικά** αποθηκεύεται στο πηνίο, στα δύο παραπάνω κυκλώματα.

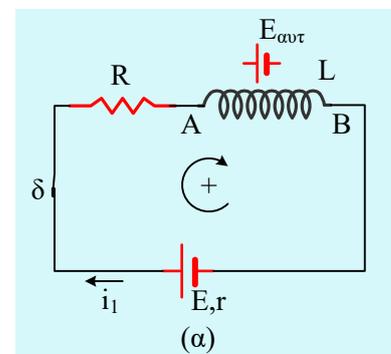
Απάντηση:

- i) Έστω i_1 η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη στιγμή t_1 .

- α) Για την πολική τάση της πηγής τη στιγμή t_1 είναι ίση:

$$V_1 = E - i_1 r \rightarrow i_1 = \frac{E - V_1}{r} = \frac{20V - 16V}{1\Omega} = 4A$$

Θεωρώντας θετική τη φορά του ρεύματος, ουσιαστικά θεωρούμε μια δεξιόστροφη διαγραφή του κυκλώματος, όπως φαίνεται και στο σχήμα.



Εφαρμόζουμε το 2^ο κανόνα του Kirchhoff, με την παραπάνω φορά διαγραφή παίρνουμε:

$$E - i_1 r - i_1 R + E_{\alpha\upsilon\tau} = 0 \rightarrow$$

$$E_{\text{αυτ}} = -E + i_1 r + i_1 R = -20V + 4 \cdot 1V + 4 \cdot 3V = -4V$$

Όπου η αρνητική τιμή της, μας λέει ότι το πηνίο λειτουργεί σαν πηγή, η οποία τείνει να δώσει ρεύμα αντίθετης φοράς, από αυτή που ορίσαμε ως θετική, οπότε ο θετικός πόλος της της αντιστοιχεί στο άκρο Α του πηνίου, όπως στο σχήμα. Η πολικότητα αυτή, είναι σύμφωνη άλλωστε με τον κανόνα του Lenz, αφού η ΗΕΔ αυτή αντιστέκεται στην αύξηση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.

β) Η ισχύς της πηγής είναι ίση:

$$P_E = E i_1 = 20V \cdot 4A = 80W$$

Η αντίστοιχη ισχύς του πηνίου (ως πηγή) είναι:

$$P_L = E_{\text{αυτ}} \cdot i_1 = -4V \cdot 4A = -16W$$

Αν η ισχύς της πηγής E, μας δίνει τον ρυθμό με τον οποίο μια πηγή προσφέρει ενέργεια στα φορτία, άρα και στο κύκλωμα, τότε η παραπάνω αρνητική ισχύς του πηνίου, μας δείχνει ότι το πηνίο δεν προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα αλλά αφαιρεί ενέργεια, την οποία αποθηκεύει στο εσωτερικό του με τη μορφή ενέργειας μαγνητικού πεδίου. Αλλά τότε ο ζητούμενος ρυθμός είναι ίσος:

$$\frac{dU_L}{dt} = 16 \text{ J/s}$$

γ) Εκτός των παραπάνω ενεργειακών μετατροπών, έχουμε και φαινόμενο Joule στις αντιστάσεις του κυκλώματος, όπου ο αντίστοιχος ρυθμός παραγωγής θερμότητας είναι ίσος:

$$\frac{dQ_0}{dt} = P_Q = i_1^2 (R + r) = 4^2 (3 + 1)W = 64W$$

Αλλά τότε έχουμε την πηγή να παρέχει ενέργεια στο κύκλωμα με ρυθμό 80J/s, όπου τα 64J/s εμφανίζονται με τη μορφή της θερμότητας και τα υπόλοιπα 16J/s αποθηκεύονται στο πηνίο σαν ενέργεια μαγνητικού πεδίου. Δηλαδή ισχύει η παρακάτω εξίσωση, η οποία εκφράζει την διατήρηση της ενέργειας για τη στιγμή t_1 :

$$P_E = \frac{dQ_0}{dt} + \frac{dU_L}{dt}$$

ii) Εφαρμόζουμε την ίδια λογική τώρα και στο (β) κύκλωμα, όπου έστω i_2 η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή E.

α) Για την πολική τάση της πηγής τη στιγμή t_1 είναι ίση:

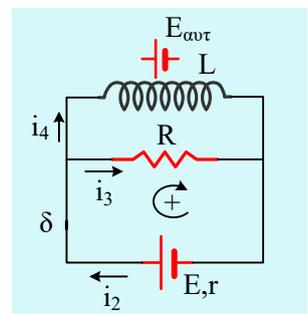
$$V_2 = E - i_2 r \rightarrow i_2 = \frac{E - V_2}{r} = \frac{20V - 9V}{1\Omega} = 11A$$

Από 2^ο κανόνα του Kirchhoff παίρνουμε:

$$E - i_2 r + E_{\text{αυτ}} = 0 \rightarrow E_{\text{αυτ}} = -E + i_2 r = -20V + 11 \cdot 1V = -9V$$

Ίση κατά απόλυτο τιμή με την πολική τάση της πηγής.

β) Η ισχύς της πηγής είναι ίση:



$$P_{E,2} = E i_2 = 20V \cdot 11A = 220W$$

Ο αντιστάτης διαρρέεται από ρεύμα έντασης i_3 , όπου:

$$i_3 = \frac{V_R}{R} = \frac{V_\pi}{R} = \frac{9V}{3\Omega} = 3A$$

Ενώ από τον 1^ο κανόνα του Kirchhoff βρίσκουμε:

$$i_2 = i_3 + i_4 \rightarrow i_4 = i_2 - i_3 = 11A - 3A = 8A$$

Ενώ ο ρυθμός αποθήκευσης ενέργειας στο πηνίο (δες παραπάνω) είναι:

$$\frac{dU_L}{dt} = |P_L| = |E_{\text{avr}}| i_4 = 9 \cdot 8 \text{ J/s} = 72 \text{ J/s}$$

γ) Ο ρυθμός με τον οποίο η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική στους αντιστάτες, είναι ίσος:

$$\frac{dQ_\theta}{dt} = P_{Q,2} = i_2^2 r + i_3^2 R = 11^2 \cdot 1 + 3^2 \cdot 3W = 148W$$

Βλέπουμε και πάλι ότι $220W = 72W + 148W$, δηλαδή η ενέργεια διατηρείται ή:

$$P_E = \frac{dQ_\theta}{dt} + \frac{dU_L}{dt}$$

iii) Για το κύκλωμα (α) η τελική μέγιστη ένταση του ρεύματος, που το διαρρέει είναι:

$$I_1 = \frac{E}{R+r} = \frac{20V}{3\Omega + 1\Omega} = 5A$$

Οπότε η μέγιστη ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι ίση:

$$U_{L,1} = \frac{1}{2} L I_1^2 = \frac{1}{2} 4 \cdot 10^{-3} \cdot 5^2 J = 0,05J$$

Αντίστοιχα στο (β) κύκλωμα, όταν σταθεροποιηθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο η τάση στα άκρα του μηδενίζεται, πράγμα που σημαίνει ότι ουσιαστικά έχουμε βραχυκυκλώσει την πηγή, η αντίσταση δεν διαρρέεται από ρεύμα, ενώ:

$$I_2 = I_\beta = \frac{E}{r} = \frac{20V}{1\Omega} = 20A$$

Αλλά τότε:

$$U_{L,2} = \frac{1}{2} L I_2^2 = \frac{1}{2} 4 \cdot 10^{-3} \cdot 20^2 J = 0,8J$$

dmargaris@gmail.com