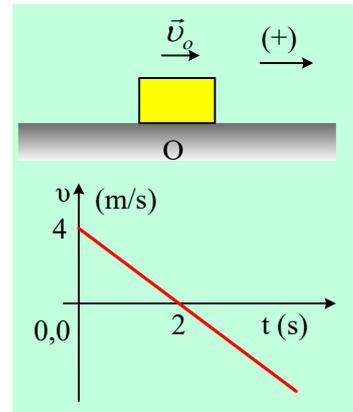


Μια δύναμη δρα μαζί με την τριβή.

Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή $t_0=0$, περνά από μια θέση O, έχοντας ταχύτητα $v_0=4\text{m/s}$ και στο σχήμα δίνεται το διάγραμμα της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με το χρόνο.



i) Να δικαιολογήσετε γιατί το σώμα δεν μπορεί να πραγματοποιεί την κίνηση αυτή, μόνο με την επίδραση της τριβής ολίσθησης.

Δίνεται η μάζα του σώματος $m=2\text{kg}$, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και επιπέδου $\mu=0,15$, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

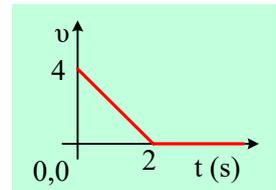
ii) Για τη χρονική στιγμή $t_1=1\text{s}$, να υπολογισθούν η επιτάχυνση του σώματος, η ασκούμενη τριβή καθώς και η οριζόντια δύναμη F, η οποία εξασφαλίζει την κίνηση του σώματος.

iii) Ποια η απάντηση στο προηγούμενο ερώτημα για τη στιγμή $t_2=3\text{s}$;

iv) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της ασκούμενης δύναμης F, σε συνάρτηση με το χρόνο ($F=F(t)$), μέχρι τη χρονική στιγμή που το σώμα επανέρχεται στη θέση O.

Απάντηση:

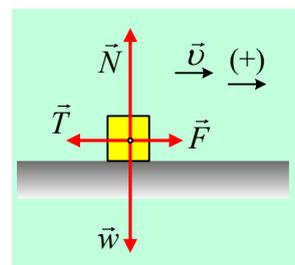
i) Αν το σώμα κινείται μόνο με την επίδραση της τριβής, τότε θα επιβραδυνθεί μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του και θα παραμείνει στη θέση αυτή, αφού τότε η συνισταμένη δύναμη θα μηδενιζόταν. Με άλλα λόγια η ταχύτητά του θα μεταβαλλόταν όπως στο διπλανό διάγραμμα. Αφού το σώμα κινείται και μετά τη στιγμή $t=2\text{s}$, σημαίνει ότι ασκείται πάνω του και κάποια άλλη οριζόντια δύναμη.



ii) Η κλίση στο διάγραμμα $v(t)$ μας δίνει την επιτάχυνση του σώματος, αλλά με βάση το διάγραμμα, η κλίση της ευθείας είναι σταθερή, συνεπώς το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση, η οποία προφανώς είναι ίση και με την μέση επιτάχυνση στο χρονικό διάστημα 0-2s:

$$a = a_{\mu} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-4}{2-0} \text{ m/s}^2 = -2 \text{ m/s}^2$$

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, υποθέτοντας ότι, πέραν από την τριβή, ασκείται στο σώμα και μια άλλη οριζόντια δύναμη F, με φορά προς τα δεξιά. Το σώμα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε $\Sigma F_y = 0 \rightarrow N - w = 0 \rightarrow N = mg = 2 \cdot 10\text{N} = 20\text{N}$. Οπότε για το μέτρο της τριβής ολίσθησης έχουμε:

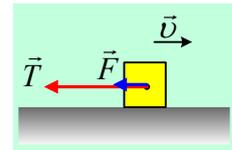


$$T = \mu N = 0,15 \cdot 20\text{N} = 3\text{N}$$

Οπότε εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής για το σώμα παίρνουμε:

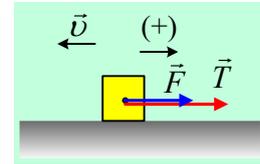
$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \rightarrow F - T = ma \rightarrow F = T + ma = 3\text{N} + 2 \cdot (-2)\text{N} = -1\text{N}$$

Το παραπάνω αποτέλεσμα μας λέει ότι είχαμε σχεδιάσει λάθος την δύναμη F και το σωστό σχήμα είναι αυτό του διπλανού σχήματος (για τις οριζόντιες δυνάμεις).



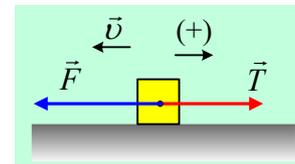
iii) Αλλά και τη στιγμή $t_2=3s$ η επιτάχυνση του σώματος είναι ίδια, ίση με $a=-2m/s^2$, ενώ το σώμα έχει αρνητική ταχύτητα, πράγμα που σημαίνει ότι το σώμα κινείται προς τα αριστερά.

Αλλά τότε οι οριζόντιες δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, θα είναι αυτές του διπλανού σχήματος (οι κατακόρυφες δυνάμεις δεν έχουν μεταβληθεί και δεν μας ενδιαφέρουν, οπότε επιλέγουμε να εστιάσουμε στις οριζόντιες...). Ας σημειωθεί ότι το μέτρο της τριβής ολίσθησης δεν έχει αλλάξει, έχει αλλάξει μόνο η κατεύθυνσή της. Ξανά από τον θεμελιώδη νόμο (δουλεύοντας με αλγεβρικές τιμές), παίρνουμε:



$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F} = m\vec{a} \xrightarrow{\Sigma F_y=0} \Sigma F_x = ma \rightarrow F + T = ma \rightarrow F = -T + ma \rightarrow \\ F = -3N + 2 \cdot (-2)N = -7N \end{aligned}$$

Ξανά το αρνητικό πρόσημο της αλγεβρικής τιμής της δύναμης, μας δηλώνει ότι η δύναμη έχει φορά προς τα αριστερά και το σωστό σχήμα, είναι όπως στο διπλανό σχήμα.

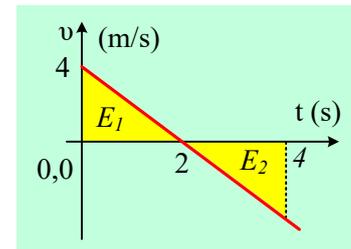


iv) Έστω ότι το σώμα επανέρχεται στην αρχική θέση O, τη χρονική στιγμή t_3 . Τότε η μετατόπιση του σώματος είναι μηδενική. Για την κίνηση όμως του σώματος ισχύουν οι εξισώσεις:

$$v = v_0 + at \quad (1) \quad \Delta x = x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (2)$$

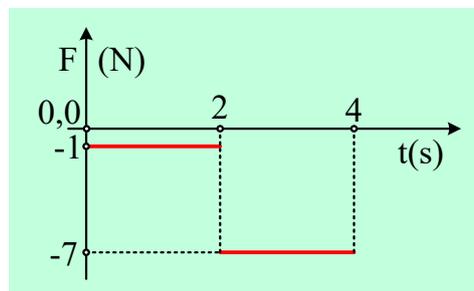
Από την εξίσωση (2) για $x=0$ παίρνουμε με αντικατάσταση και των τιμών:

$$0 = 4t + \frac{1}{2}(-2)t^2 \rightarrow t = 0 \quad \text{ή} \quad t = 4s$$



Η λύση $t=0$ αντιστοιχεί στη στιγμή που το σώμα περνά από το O με φορά προς τα δεξιά και η λύση $t=4s$, είναι η στιγμή της επιστροφής του στο O. Μπορούμε να δούμε στο διπλανό σχήμα τα δύο κίτρινα ίσα τρίγωνα τα εμβαδά των οποίων ισούνται αριθμητικά με την συνολική μηδενική μετατόπιση του σώματος.

Με βάση τα παραπάνω το ζητούμενο διάγραμμα έχει τη μορφή, του παρακάτω σχήματος:



dmargaris@gmail.com