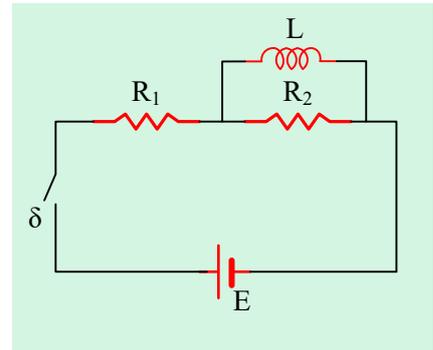


Αυτεπαγωγή και δύο αντιστάσεις.

Για το κύκλωμα του σχήματος, δίνονται $E=10V$ ($r=0$), $R_1=R_2=R=5\Omega$, το ιδανικό πηνίο έχει αυτεπαγωγή $L=20mH$, ενώ ο διακόπτης δ είναι ανοικτός. Σε μια στιγμή $t=0$, κλείνουμε το διακόπτη.

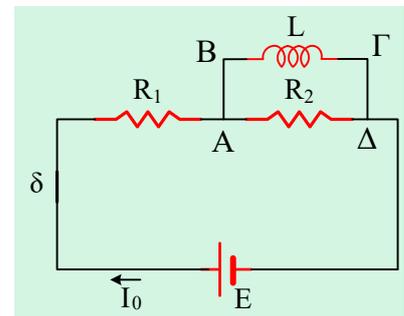


- i) Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη να βρεθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντίσταση, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της έντασης αυτής.
- ii) Σε μια στιγμή t_1 η πηγή διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_1=1,2A$. Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις στο προηγούμενο ερώτημα;
- iii) Τι ποσοστό της ισχύος που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα τη στιγμή t_1 αποθηκεύεται στο πηνίο σαν ενέργεια μαγνητικού πεδίου;
- iv) Μετά από λίγο και ενώ έχει σταθεροποιηθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή, ανοίγουμε το διακόπτη. Αμέσως μετά άνοιγμα, να βρεθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντίσταση, καθώς και η ισχύς του πηνίου. Πόση θερμότητα θα παραχθεί σε κάθε αντίσταση, μετά το άνοιγμα του διακόπτη;

Απάντηση:

- i) Μόλις κλείσουμε το διακόπτη η πηγή διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_0 , ενώ το πηνίο θα αρχίσει να διαρρέεται από ρεύμα, η αρχική ένταση του οποίου είναι μηδενική. Αλλά τότε η ένταση του ρεύματος I_0 καθορίζεται από τις δύο αντιστάσεις, οι οποίες στιγμιαία διαρρέονται από την ίδια ένταση ρεύματος. Οπότε από τον 2° ΚΚ παίρνουμε:

$$E - I_0 R_1 - I_0 R_2 = 0 \rightarrow I_0 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{E}{2R} = \frac{10V}{2 \cdot 5\Omega} = 1A$$



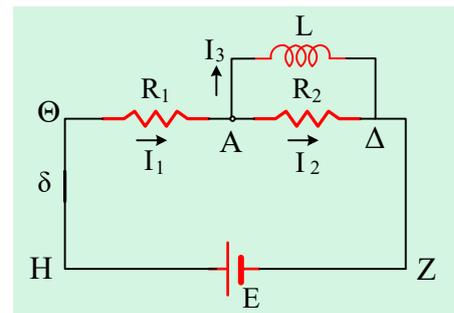
Ενώ η ένταση του ρεύματος που διαρρέει (στιγμιαία) το πηνίο είναι μηδενική, πάνω του αναπτύσσεται μια ΗΕΔ από αυτεπαγωγή, με θετικό πόλο το άκρο Β, ίση (κατά απόλυτο τιμή), με την τάση V_{AB} . Δουλεύοντας ξανά με το 2° ΚΚ στο βρόχο ΑΒΓΔΑ, παίρνουμε:

$$-L \frac{di_{\pi}}{dt} + I_0 R_2 = 0 \rightarrow \frac{di_{\pi}}{dt} = \frac{I_0 R_2}{L} = \frac{1 \cdot 5}{20 \cdot 10^{-3}} A/s = 250 A/s$$

- ii) Εφαρμόζοντας το 2° ΚΚ στον μεγάλο βρόχο ΗΘΑΔΖΗ, τη στιγμή t_1 , παίρνουμε:

$$E - I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0 \rightarrow I_2 = \frac{E - I_1 R_1}{R_2} = \frac{10V - 1,2 \cdot 5V}{5\Omega} = 0,8A$$

Ενώ από τον 1° ΚΚ στο κόμβο Α θα έχουμε:



$$I_1 = I_2 + I_3 \rightarrow I_3 = I_1 - I_2 = 1,2A - 0,8A = 0,4A$$

Ενώ για τον ζητούμενο ρυθμό θα έχουμε, με όμοιο τρόπο:

$$-L \frac{dI_3}{dt} + I_2 R_2 = 0 \rightarrow \frac{dI_3}{dt} = \frac{I_2 R_2}{L} = \frac{0,4 \cdot 5}{20 \cdot 10^{-3}} A/s = 100 A/s$$

iii) Η ισχύς της πηγής τη στιγμή t_1 είναι ίση:

$$P_1 = E \cdot I_1 = 10V \cdot 1,2A = 12W$$

Ενώ την ίδια στιγμή αποθηκεύεται ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου με ρυθμό ίσο με την αντίστοιχη ισχύ, κατά απόλυτο τιμή, της ΗΕΔ από αυτεπαγωγή:

$$P_{avt} = E_{avt} \cdot I_3 = -L \frac{dI_3}{dt} \cdot I_3 = -20 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 0,4W = -0,8W$$

Όπου η αρνητική ισχύς της ΗΕΔ από αυτεπαγωγή, μας λέει ότι το πηνίο δεν παρέχει ενέργεια στο ρεύμα, όπως η πηγή E, αλλά απορροφά ηλεκτρική ενέργεια, αποθηκευοντάς την με τη μορφή της ενέργειας του μαγνητικού του πεδίου. Συνεπώς:

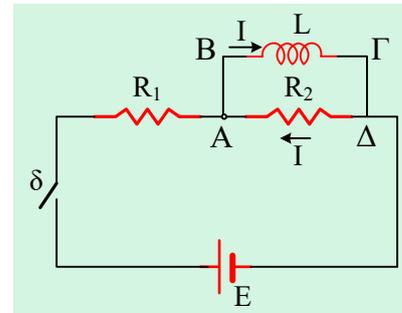
$$\frac{dU_L}{dt} = |P_{avt}| = +0,8W = 0,8 J/s$$

Αλλά τότε για το ζητούμενο ποσοστό έχουμε:

$$\pi = \frac{\frac{dU_L}{dt}}{P_1} \cdot 100\% = \frac{0,8}{12} 100\% \approx 6,7\%$$

iv) Όταν σταθεροποιείται η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή έχουμε και μια σταθερή ένταση ρεύματος που διαρρέει και το πηνίο, οπότε έχει μηδενιστεί και η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή και η τάση στα άκρα του. Αλλά τότε έχει μηδενιστεί και η τάση στα άκρα της αντίστασης R_2 , οπότε η τάση στα άκρα της αντίστασης R_1 γίνεται ίση με E και το κύκλωμα (και το πηνίο) διαρρέεται από ρεύμα έντασης I, όπου:

$$I = \frac{E}{R_1} = \frac{10V}{5\Omega} = 2A$$



Τώρα με το άνοιγμα του διακόπτη η πηγή E και η αντίσταση R_1 βρίσκονται σε ένα ανοικτό κύκλωμα και δεν διαρρέονται από ρεύμα, ενώ το πηνίο, λόγω αυτεπαγωγής θέλει να συνεχίσει να διαρρέεται από ρεύμα, συνεπώς λειτουργεί ως πηγή, με αποτέλεσμα ο βρόχος ΑΒΓΔΑ, να συνεχίσει να διαρρέεται από ρεύμα, για κάποιο μικρό χρονικό διάστημα, οπότε όλη η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια και τελικά σε θερμότητα πάνω στην αντίσταση R_2 . Προφανώς δεν θα παραχθεί θερμότητα στην αντίσταση R_1 , αφού αυτή δεν θα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα.

Με βάση αυτά, αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη, το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I=2A$, ενώ

η ισχύς του πηνίου (ο ρυθμός με τον οποίο το πηνίο δίνει ενέργεια στο κύκλωμα), είναι ίση:

$$P_{\text{αυτ}} = E_{\text{αυτ}} \cdot I = IR_2 \cdot I = I^2 R_2 = 2^2 \cdot 5W = 20W$$

Ενώ η συνολική θερμότητα στην αντίσταση R_2 θα είναι ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου, ελάχιστα πριν το άνοιγμα του διακόπτη:

$$Q_2 = U_L = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} 20 \cdot 10^{-3} \cdot 2^2 J = 0,04J$$

dmargaris@gmail.com