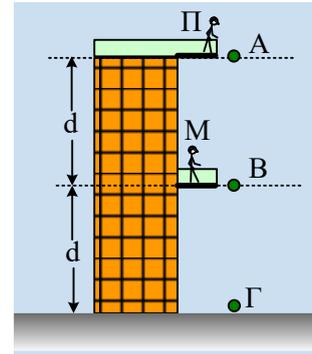


Δυναμική - Μηχανική ενέργεια μιας μπάλας.

Δυο παιδιά, ο Πάνος (Π) και η Μαίρη (Μ) πειραματίζονται με μια μπάλα, μάζας 400g, χρησιμοποιώντας μια διώροφη κατοικία ύψους $H=2d=5\text{m}$. Η Μαίρη βρίσκεται στο μπαλκόνι του πρώτου ορόφου, ενώ ο Πάνος αφήνει την μπάλα να πέσει ελεύθερα από την θέση Α, στην ταράτσα του σπιτιού, όπως στο σχήμα.



- i) Η Μαίρη καλείται να απαντήσει στα παρακάτω ερωτήματα, με δεδομένο ότι όταν η μπάλα περνά από το σημείο Β, στο ύψος του μπαλκονιού, έχει μηδενική δυναμική ενέργεια:
- Πόση είναι η αρχική δυναμική ενέργεια της μπάλας στη θέση Α;
 - Πόσο είναι το έργο του βάρους από το Α στο Β; Να υπολογισθεί η κινητική και η μηχανική ενέργεια της μπάλας στη θέση Β;
 - Να βρεθεί η δυναμική ενέργεια της μπάλας τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος, στη θέση Γ. Με ποια ταχύτητα η μπάλα κτυπάει στο έδαφος;
- ii) Αντίθετα ο Πάνος θεωρεί ότι η μπάλα έχει μηδενική μηχανική ενέργεια την στιγμή που την αφήνει να πέσει στη θέση Α. Με βάση την υπόθεση αυτή, τι απαντήσεις θα δώσει στα παραπάνω ερωτήματα, στα οποία απάντησε η Μαίρη;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Απάντηση:

- i) Θεωρώντας η Μαίρη το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το σημείο Β, σε ύψος 2,5m από το έδαφος, ως επίπεδο μηδενικής ενέργειας, δίνει τις απαντήσεις:

- α) Η αρχική δυναμική ενέργεια στο σημείο Α είναι ίση:

$$U_A = mgh = mgd = 0,4 \cdot 10 \cdot 2,5\text{J} = 10\text{J}$$

- β) Το έργο του βάρους από το Α στο Β είναι ίσο:

$$W_{AB} = w \cdot d = mg \cdot d = 10\text{J}$$

Ίσο και με την αρχική δυναμική ενέργεια στη θέση Α, αφού το παραπάνω έργο συνδέεται με τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σώματος:

$$W_{AB} = -\Delta U = U_A - U_B = U_A - 0 = U_A = 10\text{J}$$

Αφού στο σώμα ασκείται μόνο η συντηρητική δύναμη του βάρους, η μηχανική του ενέργεια παραμένει σταθερή, συνεπώς:

$$E_B = E_A = U_A + K_A = U_A = 10\text{J} \rightarrow$$

$$U_B + K_B = U_A \rightarrow 0 + K_B = U_A \rightarrow K_B = 10\text{J}$$

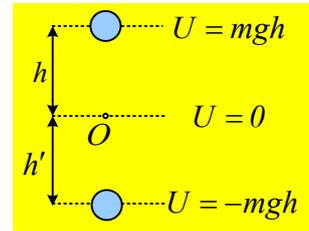
- γ) Παίρνοντας τώρα το έργο το βάρους από το Β στο Γ βρίσκουμε:

$$W_{B\Gamma} = -\Delta U = U_B - U_\Gamma \rightarrow mg \cdot d = 0 - U_\Gamma \rightarrow$$

$$U_\Gamma = -mgd = -10J$$

Συμπέρασμα: Το σημείο X βρίσκεται σε ύψος h από το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, έχοντας δυναμική ενέργεια $U=mgh$. Αν το σημείο X βρίσκεται χαμηλότερα από το O, κατά h' , θα έχει αρνητική δυναμική ενέργεια, αφού αν $h'=-h$:

$$U' = mgh' = -mgh$$



Εφαρμόζοντας ξανά την ΑΔΜΕ μεταξύ των θέσεων Α και Γ παίρνουμε:

$$E_A = E_\Gamma \rightarrow U_A + K_A = U_\Gamma + K_\Gamma \rightarrow$$

$$mgd + 0 = -mgd + \frac{1}{2}mv_\Gamma^2 \rightarrow$$

$$v_\Gamma = \sqrt{4gd} = \sqrt{4 \cdot 10 \cdot 2,5} \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$$

ii) Με την ίδια λογική, όπως παραπάνω, ο Πάνος θεωρώντας την δυναμική ενέργεια μηδενική στη θέση Α, απαντά:

α) Η αρχική δυναμική ενέργεια είναι μηδενική, $U_A=0$.

β) $W_{AB} = w \cdot d = mg \cdot d = 10J$, ενώ φτάνοντας στη θέση Β θα έχει:

$$U_B = -mgh = -10J,$$

Ενώ από ΑΔΜΕ μεταξύ των θέσεων Α και Β παίρνουμε:

$$E_B = E_A = U_A + K_A \rightarrow E_B = 0 + 0 = 0 \text{ και}$$

$$U_B + K_B = 0 \rightarrow K_B = -U_B \rightarrow K_B = 10J$$

γ) Εφαρμόζοντας ξανά την ΑΔΜΕ μεταξύ των θέσεων Α και Γ παίρνουμε:

$$E_A = E_\Gamma \rightarrow U_A + K_A = U_\Gamma + K_\Gamma \rightarrow$$

$$0 + 0 = -mg \cdot 2d + \frac{1}{2}mv_\Gamma^2 \rightarrow$$

$$v_\Gamma = \sqrt{4gd} = \sqrt{4 \cdot 10 \cdot 2,5} \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$$

dmargaris@gmail.com