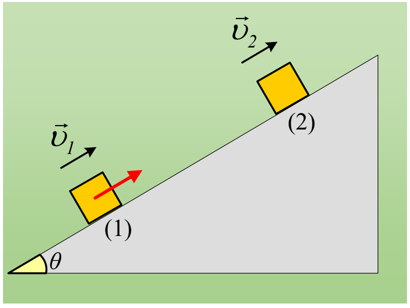
Η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας.

Ένα σώμα κινείται κατά μήκος ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου και σε μια στιγμή περνά από την θέση (1) έχοντας ταχύτητα $υ_1$, ενώ δέχεται την επίδραση μιας δύναμης F, οπότε μετά από λίγο περνά από την θέση (2) με ταχύτητα $υ_2$, όπως στο σχήμα.



i) Να αποδείξετε ότι το έργο της ασκούμενης δύναμης F, ισούται με την μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του σώματος, μεταξύ των θέσεων (1) και (2).

ii) Αν το σώμα έχει μάζα m=2kg και ηρεμεί στην θέση (1) με την επίδραση της δύναμης F_0 παράλληλης στο επίπεδο, να βρεθεί το μέτρο της δύναμης, αν δίνεται η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου θ=30°.

iii) Σε μια στιγμή αυξάνουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης, με αποτέλεσμα το σώμα να κινηθεί προς τα πάνω και μετά από μετατόπιση x=2m, να περνά από την θέση (2) έχοντας αποκτήσει ταχύτητα $υ_2$=2m/s. Θεωρείστε ότι το σώμα στην θέση (1) έχει μηδενική δυναμική ενέργεια.

α) Να υπολογισθεί η μηχανική ενέργεια του σώματος στις θέσεις (1) και (2).

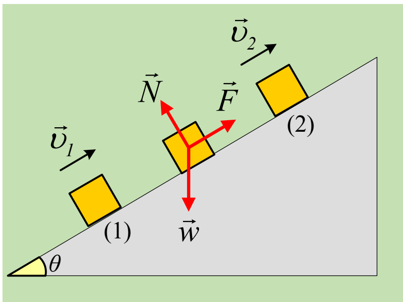
β) Πόσο είναι το έργο της δύναμης F από την θέση (1) μέχρι τη θέση (2);

γ) Αν η επιτάχυνση του σώματος στη θέση (2) είναι 0,4m/s^2, ίδιας κατεύθυνσης με την ταχύτητα, να υπολογιστεί η ισχύς της δύναμης στη θέση αυτή.

Δίνεται $ημθ=\frac{1}{2}$ και $συνθ=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ενώ g=10m/s^2.

Απάντηση:

i) Εφαρμόζουμε για το σώμα το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από την θέση (1) μέχρι τη θέση (2), λαμβάνοντας υπόψη τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του, όπως στο σχήμα.



$$K_2 - K_1 = W_F + W_w + W_N \quad (1)$$

Για τη κάθετη αντίδραση W_N=0, αφού η δύναμη είναι κάθετη στη μετατόπιση, ενώ το βάρος είναι δύναμη συντηρητική, το έργο της οποίας από την θέση (1) μέχρι τη θέση (2), συνδέεται με την μεταβολή της δυναμικής ενέργειας με τη σχέση:

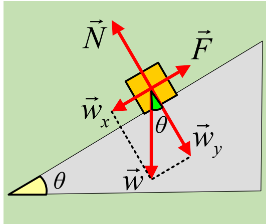
$$W_w = -ΔU_{1\to 2} = U_1 - U_2 .$$

Οπότε με αντικατάσταση στην εξίσωση (1) παίρνουμε:

$$K_2 - K_1 = W_F + U_1 - U_2 + 0 \to K_2 - K_1 - U_1 + U_2 = W_F \to$$
$$W_F = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) \to$$

$$W_F = E_2 - E_1 = \Delta E_{\mu\eta\chi}$$

ii) Στο διπλανό σχήμα έχουμε αναλύσει το βάρος σε δυο συνιστώσες, όπου η γωνία μεταξύ της συνιστώσας w_y και το βάρους w, είναι ίση με την γωνία θ (οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές). Παίρνοντας το ημθ έχουμε:



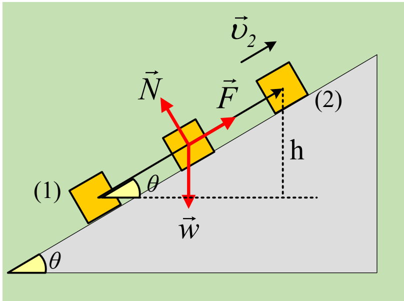
$$\eta\mu\theta = \frac{w_x}{w} \Rightarrow w_x = mg \cdot \eta\mu\theta$$

Για να ηρεμεί το σώμα (να ισορροπεί…) θα πρέπει:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \;\; \acute{\eta} \;\; \Sigma F_x = 0 \;\; \kappa\alpha\iota \;\; \Sigma F_y = 0 \rightarrow$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_0 - w_x = 0 \rightarrow F_0 = mg \cdot \eta\mu\theta = 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} N = 10N$$

iii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σημειωθεί η μετατόπιση x του σώματος από την θέση (1) στην θέση (2) και η κατακόρυφη απόσταση h μεταξύ τους, όπου:



$$\eta\mu\theta = \frac{h}{x} \Rightarrow h = x \cdot \eta\mu\theta = 2m \cdot \frac{1}{2} = 1m$$

α) Η μηχανική ενέργεια στη θέση (1) $E_1=U_1+K_1=0+0=0$.

Η αντίστοιχη μηχανική ενέργεια στη θέση (2) έχουμε:

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2} m\upsilon_2^2 + mgh = \frac{1}{2} 2 \cdot 2^2 J + 2 \cdot 10 \cdot 1J = 24J$$

β) Με βάση το i) ερώτημα, το έργο της δύναμης F είναι ίσο με την μεταβολή της μηχανικής ενέργειας, συνεπώς εδώ:

$$W_F = \Delta E = E_2 - E_1 = 24J - 0 = 24J$$

Μήπως δεν μας φαίνεται βολικό; Υπάρχει και το Θ.Μ.Κ.Ε.!

$$K_2 - K_1 = W_F + W_w + W_N \rightarrow \frac{1}{2} m\upsilon_2^2 - 0 = W_F - mgh + 0 \rightarrow W_F = \frac{1}{2} m\upsilon_2^2 + mgh = E_2 = 24J$$

γ) Η δύναμη F είναι μεταβλητή, αλλά στη θέση (2) δίνεται η επιτάχυνση, οπότε από το θεμελιώδη νόμο παίρνουμε για την θέση αυτή:

$$\Sigma F_x = ma \rightarrow F_2 - w_x = ma \rightarrow F_2 = w_x + ma = 10N + 2 \cdot 0{,}4N = 10{,}8N$$

Συνεπώς τη στιγμή αυτή, η ισχύς της δύναμης (στιγμιαία), είναι ίση:

$$P_2 = F_2 \cdot \upsilon_2 = 10{,}8 \cdot 2W = 21{,}6W$$

dmargaris@gmail.com