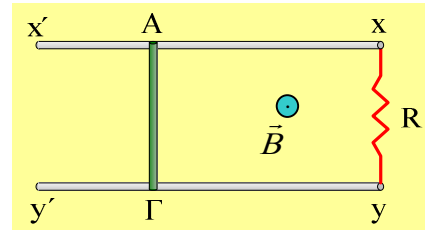


Το μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο επιταχύνει τον αγωγό.

Η μεταλλική ράβδος ΑΓ, μήκους $l=1\text{m}$, ηρεμεί σε επαφή με τους οριζόντιους παράλληλους αγωγούς xx' και yy' , σε απόσταση $d=(Ax)=2\text{m}$. Η ράβδος καθώς και οι παράλληλοι αγωγοί δεν έχουν αντίσταση, ενώ μεταξύ των άκρων x και y συνδέεται αντιστάτης, με αντίσταση $R=0,4\Omega$. Στο χώρο επικρατεί κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, μεταβλητής έντασης $B=0,2t$ (S.I.) όπως στο σχήμα (σε κάτοψη).



- Αν η τριβή ολίσθησης μεταξύ της ράβδου ΑΓ και των παράλληλων αγωγών έχει μέτρο $0,4\text{N}$, για τη χρονική στιγμή $t_1=1,5\text{s}$ ζητούνται, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, καθώς και η δύναμη Laplace που ασκείται στον αγωγό ΑΓ. Ποια η ισχύς της δύναμης αυτής;
- Ποια χρονική στιγμή t_2 θα αρχίσει ο αγωγός να ολισθαίνει;
- Τη χρονική στιγμή $t_3=4\text{s}$, ο αγωγός έχει ταχύτητα μέτρου $0,1\text{m/s}$, έχοντας μετατοπισθεί κατά $x=0,2\text{m}$.

Για τη στιγμή αυτή ζητούνται:

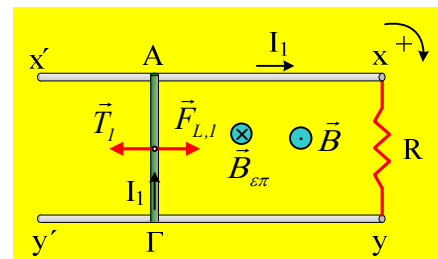
- Να βρεθεί η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο ΑxyΓΑ στη θέση αυτή και ο ρυθμός μεταβολής της ροής αυτής, λόγω μεταβολής της έντασης B του πεδίου.
- Να υπολογιστεί η συνολική ΗΕΔ στο κύκλωμα ΑxyΓΑ και η ένταση του ρεύματος που το διαρρέει.

Και ένα ερώτημα **ΜΟΝΟ για καθηγητές**:

- Να υπολογιστεί η ΗΕΔ τη στιγμή t_3 από το νόμο της επαγωγής και να υπολογιστούν οι ενεργειακές μεταβολές που συμβαίνουν στο κύκλωμα τη στιγμή αυτή;

Απάντηση:

- Στο διπλανό σχήμα έχει σημειωθεί η ένταση του ρεύματος, με φορά από το Γ στο Α (την οποία ας θεωρήσουμε θετική). Γιατί αυτή η φορά; Επειδή αυξάνεται η ένταση του μαγνητικού πεδίου κατά $dB/dt=0,2\text{T/s}$, αυξάνεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του «πλαϊσίου» ΑxyΓΑ, οπότε θα αναπτυχθεί σε αυτό μια ΗΕΔ με τέτοια πολικότητα, ώστε να αντισταθεί στην αύξηση αυτή, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz. Αυτό θα το πετύχει αν το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1 με τη φορά αυτή, οπότε θα δημιουργήσει ένα δεύτερο μαγνητικό πεδίο έντασης κάθετης στο πλαίσιο με φορά προς τα μέσα, αντίθετης φοράς από το μαγνητικό πεδίο έντασης B . Με την προϋπόθεση ότι το πλαίσιο παραμένει ακίνητο, θα έχουμε:



$$E_{\text{επ}} = -\frac{d\Phi}{dt} \rightarrow |E_{\text{επ}}| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(BA)}{dt} = \frac{dB}{dt} \cdot ld = 0,2 \cdot 1 \cdot 2\text{V} = 0,4\text{V}$$

Σταθερή για όσο χρόνο η ράβδος μένει ακίνητη.

Οπότε για την ένταση του ρεύματος θα έχουμε:

$$I_l = \frac{|E_{\text{επ},l}|}{R} = \frac{0,4V}{0,4\Omega} = 1A$$

Τότε όμως με τον κανόνα των τριών δακτύλων βρίσκουμε ότι ο αγωγός ΑΓ θα δεχτεί οριζόντια δύναμη, κάθετη σε αυτόν με φορά προς τα δεξιά μέτρου:

$$F_{L,l} = B_l I_l l = 0,2t \cdot I_l l = 0,2 \cdot 1,5 \cdot 1 \cdot 1N = 0,3N$$

Συνεπώς η υπόθεσή μας ότι η ράβδος παρέμεινε ακίνητη ήταν σωστή, η ράβδος ισορροπεί ενώ δέχεται και δύναμη στατικής τριβής με φορά προς τα αριστερά, μέτρου $T_1=0,3N$.

Η ισχύς της δύναμης αυτής είναι $P=F_{1L} \cdot v=0$. Η ράβδος είναι ακίνητη, οπότε δύναμη δεν παράγει έργο.

- ii) Ο αγωγός ΑΓ θα αρχίσει να επιταχύνεται προς τα δεξιά, όταν η δύναμη Laplace γίνει ίση με $F=0,4N$ ίση κατά μέτρο με την τριβή ολίσθησης (θεωρούμε ότι αυτή είναι ίση και με την οριακή τριβή). Έτσι:

$$F_{L,2} = T \rightarrow B_2 I_l l = T \rightarrow 0,2t \cdot I_l l = T \rightarrow t_2 = \frac{T}{0,2I_l \cdot l} = \frac{0,4}{0,2 \cdot 1 \cdot 1} s = 2s$$

Αξίζει να επισημάνουμε ότι για όσο χρόνο ο αγωγός ΑΓ μένει ακίνητος, η ΗΕΔ από επαγωγή είναι σταθερή, γι' αυτό παραπάνω αντικαταστήσαμε την ένταση του ρεύματος με την τιμή I_1 .

- iii) Τη χρονική στιγμή $t_3=4s$ το πλαίσιο ΑxyΓΑ έχει εμβαδόν $A=l(d-x)=1(2-0,2)m^2=1,8m^2$, ενώ το μαγνητικό πεδίο έχει ένταση $B=0,2t=0,8T$.

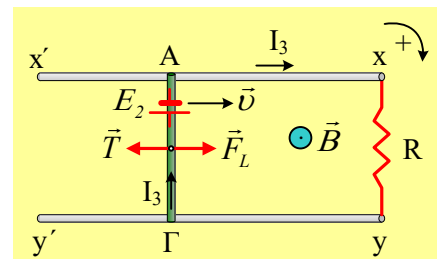
- α) Για την μαγνητική ροή και τον ρυθμό μεταβολής της ροής έχουμε:

$$\Phi_3 = B_3 \cdot A = 0,8 \cdot 1,8Wb = 1,44Wb$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{dB}{dt} A = 0,2 \cdot 1,8Wb/s = 0,36Wb/s$$

- β) Στο πλαίσιο ΑxyΓΑ μπορούμε να αναγνωρίσουμε δύο ΗΕΔ. Μια λόγω μεταβολής της έντασης του πεδίου, όμοια με αυτή στα προηγούμενα ερωτήματα, η οποία τείνει να δώσει μια θετική ένταση του ρεύματος, ίση με:

$$E_l = \frac{d\Phi}{dt} = 0,36V$$



Και μια δεύτερη ΗΕΔ πάνω στην κινούμενη ράβδο, αντίθετης πολικότητας, όπως έχει σημειωθεί στο σχήμα, ίση με:

$$E_2 = Bvl = 0,8 \cdot 0,1 \cdot 1V = 0,08V$$

Αλλά τότε η συνολική ΗΕΔ είναι ίση με:

$$E_{\text{ολ}} = E_l - E_2 = 0,36V - 0,08V = 0,28V$$

Με θετική τιμή ή αλλιώς που δίνει την ένταση του ρεύματος, όπως στο σχήμα, όπου:

$$I_3 = \frac{E_{\text{ολ}}}{R} = \frac{0,28V}{0,4\Omega} = 0,7A$$

iv) Θέτοντας θετική φορά διαγραφής αυτή του σχήματος (δεξιόστροφη) ουσιαστικά έχουμε σιωπηλά δεχτεί ότι η κάθετη στο πλαίσιο είναι όπως στο σχήμα.

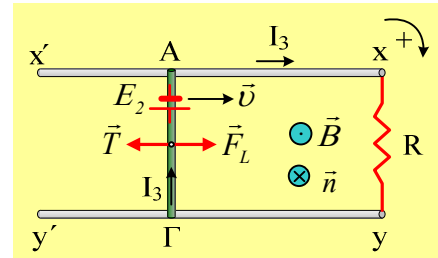
Αλλά τότε η μαγνητική ροή στο πλαίσιο είναι ίση:

$$\Phi = B \cdot A \cdot \sin 180^\circ = -B \cdot A.$$

Οπότε έχουμε:

$$E_{\text{ολ}} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(-BA)}{dt} = \frac{d(BA)}{dt} = \frac{dB}{dt}A + B\frac{dA}{dt} \xrightarrow{dA=-l dx}$$

$$E_{\text{ολ}} = \frac{dB}{dt}A - B\frac{ldx}{dt} = \frac{dB}{dt}A - Bvl = +0,36V - 0,08V = 0,28V$$



Όπου η θετική τιμή της μας δίνει και τη φορά του επαγωγικού ρεύματος!

Όσον αφορά τις ενεργειακές μεταβολές έχουμε:

Το μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο μεταφέρει ενέργεια στο κύκλωμα, με ρυθμό ίσο με την ισχύ της ΗΕΔ E_1 :

$$\frac{dW_B}{dt} = P_I = E_1 I_3 = 0,36V \cdot 0,7A = 0,252W$$

Ένα μέρος της παραπάνω ισχύος μετατρέπεται σε θερμότητα στην αντίσταση:

$$\frac{dQ}{dt} = P_R = I_3^2 R = 0,7^2 \cdot 0,4\Omega = 0,196W$$

Το υπόλοιπο, αφαιρείται από την E_2 η οποία λειτουργεί σαν αποδέκτης με ισχύ:

$$P_2 = -E_2 I_3 = -0,08V \cdot 0,7A = -0,056W$$

Πράγμα που σημαίνει ότι η ΗΕΔ E_2 παίρνει ενέργεια από το κύκλωμα, ενέργεια η οποία μεταφέρεται στη ράβδο μέσω του έργου της δύναμης Laplace:

$$P_{F_L} = F_L v = B I_3 l v = 0,8 \cdot 0,7 \cdot 1 \cdot 0,1W = 0,056W$$

Η τριβή, μέσω του έργου της αφαιρεί μηχανική ενέργεια, μετατρέποντάς την σε θερμική στις επαφές της ράβδου, με ρυθμό:

$$P_T = -T v = -0,4 \cdot 0,1W = -0,04W$$

Συνεπώς η κινητική ενέργεια της ράβδου μεταβάλλεται με ρυθμό:

$$\frac{dK}{dt} = P_{F_L} + P_T = 0,056W - 0,04W = 0,016 \frac{J}{s}.$$

dmargaris@gmail.com