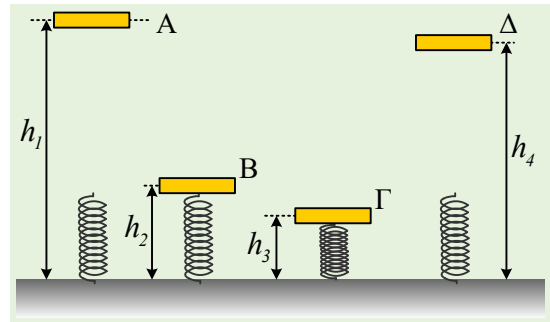


Δυο μορφές δυναμικής ενέργειας.

Μια πλάκα μάζας $m=2\text{kg}$ βρίσκεται στη θέση Α, σε ύψος $h_1=2\text{m}$ από ένα οριζόντιο επίπεδο, πάνω από ένα ιδανικό κατακόρυφο ελατήριο, το οποίο στηρίζεται στο επίπεδο, έχοντας το φυσικό μήκος του. Αφήνουμε την πλάκα να πέσει και τη στιγμή που έρχεται σε επαφή με το ελατήριο, θέση Β, απέχει κατά $h_2=0,75\text{m}$ από το επίπεδο, ενώ το ελάχιστο ύψος από το επίπεδο στο οποίο σταματά την κάθοδό της είναι $h_3=0,5\text{m}$, στη θέση Γ.



Θεωρούμε ότι η πλάκα αυτή όταν βρίσκεται στο παραπάνω οριζόντιο επίπεδο έχει μηδενική (βαρυτική) δυναμική ενέργεια. Θεωρούμε ακόμη αμελητέα την αντίσταση του αέρα και $g=10\text{m/s}^2$:

- i) Ποια η μηχανική ενέργεια της πλάκας στην θέση Α;
- ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα της πλάκας τη στιγμή που έρχεται σε επαφή με το πάνω άκρο του ελατηρίου.
- iii) Πόση ενέργεια έχει μεταφέρει η πλάκα στο ελατήριο στη θέση Γ; Με ποια μορφή νομίζετε ότι έχει την ενέργεια αυτή το ελατήριο; Αν δίνεται ότι η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα είναι συντηρητική, τι πρόκειται να γίνει στη συνέχεια με την ενέργεια αυτή;

Πραγματοποιούμε το πείραμα και βλέπουμε την πλάκα να πέφτει, να συμπιέζει το ελατήριο και να επιστρέφει φτάνοντας σε μέγιστο ύψος από το επίπεδο $h_4=1,8\text{m}$, θέση Δ.

- iv) Πόση είναι η απώλεια μηχανικής ενέργειας της πλάκας κατά τη διάρκεια της κίνησης από το Α στο Δ και με το έργο ποιας δύναμης νομίζετε ότι συνδέεται; Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης αυτής.

Απάντηση:

Παρακάτω η μηχανική ενέργεια του συστήματος πλάκα-Γη θα αποδίδεται μόνο στην πλάκα, οπότε αυτή θα έχει μηδενική μηχανική ενέργεια όταν βρίσκεται ακίνητη στο επίπεδο. Έτσι θα υπολογίζουμε πάντα μηχανική ενέργεια της πλάκας και όχι μεταβολές της ενέργειας.

- i) Στην θέση Α, η πλάκα είναι ακίνητη, άρα δεν έχει κινητική ενέργεια, παρά μόνο δυναμική ενέργεια, λόγω ύψους (βαρυτική), οπότε η μηχανική του ενέργεια είναι:

$$E_1 = U_1 = mgh_1 = 2 \cdot 10 \cdot 2\text{J} = 40\text{J}$$

- ii) Κατά την κίνηση της πλάκας από τη θέση Α μέχρι τη θέση Β, η μόνη δύναμη που ασκείται πάνω της είναι το βάρος, μια συντηρητική δύναμη, συνεπώς η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή:

$$E_1 = E_2 \rightarrow E_1 = K_2 + U_2 \rightarrow E_1 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh_2 \xrightarrow[\text{S.I.}]{\text{αντικατάσταση}}$$

$$40 = \frac{1}{2}2 \cdot v^2 + 2 \cdot 10 \cdot 0,75 \rightarrow v^2 = 25 \rightarrow$$

$$v = 5\text{m/s}$$

- iii) Αν στη θέση Γ η πλάκα βρίσκεται στο μικρότερο ύψος από το επίπεδο, σημαίνει ότι σταματά να κινείται

προς τα κάτω, έχοντας μηδενική ταχύτητα. Αν είχε ταχύτητα προς τα κάτω θα πλησίαζε και άλλο το επίπεδο, αν είχε ταχύτητα προς τα πάνω θα απομακρυνόταν από αυτό.

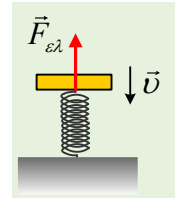
Υπολογίζουμε την ενέργεια της πλάκας στη θέση Γ:

$$E_3 = K_3 + U_3 = 0 + mgh_3 = 2 \cdot 10 \cdot 0,5 J = 10 J$$

Βλέπουμε δηλαδή να έχει μειωθεί η μηχανική ενέργεια της πλάκας κατά:

$$\Delta E = E_1 - E_3 = 40 J - 10 J = 30 J$$

Αλλά η μείωση αυτή πραγματοποιήθηκε μέσω του έργου κάποιας δύναμης, που ασκήθηκε στην πλάκα και η μόνη δύναμη (εκτός το βάρος) που ασκήθηκε στην πλάκα, είναι η δύναμη του ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Αφού το έργο της δύναμης αυτής έχει σαν αποτέλεσμα τη αφαίρεση ενέργειας από την πλάκα:



$$W_{F_{ελ}} = -\Delta E = -30 J$$

Αλλά τότε το ιδανικό ελατήριο (το οποίο θεωρούμε άμαζο, αμελητέας μάζας), ασκώντας την παραπάνω δύναμη κερδίζει ενέργεια 30J. Την ενέργεια αυτή δεν την έχει με τη μορφή της κινητικής ενέργειας ($K_{ελ}=0$), οπότε δεν μένει παρά να την έχει με τη μορφή της δυναμικής ενέργειας. Την ενέργεια που απέκτησε το ελατήριο στη διάρκεια της παραμόρφωσής του, οπότε και έχει λόγω παραμόρφωσης, την ονομάζουμε δυναμική ενέργεια ελαστικότητας και είναι και αυτή μια μορφή μηχανικής ενέργειας, οι μεταβολές της οποίας συνδέονται με το έργο της δύναμης του ελατηρίου με τη γνωστή σχέση:

$$W_{F_{ελ}} = -\Delta U_{ελ} = U_{αρχ} - U_{τελ} = 0 - U_{τελ} \rightarrow$$

$$U_{τελ} = -W_{F_{ελ}} = 30 J$$

Όπου η αρχική δυναμική ενέργεια θεωρείται μηδενική, αφού το ελατήριο αρχικά δεν έχει παραμόρφωση. Αποδεικνύεται τελικά, ότι αυτή η δυναμική ενέργεια συνδέεται με την παραμόρφωση (επιμήκυνση ή συσπίρωση) του ελατηρίου με την εξίσωση:

$$U_{ελ} = \frac{1}{2} k \cdot (\Delta l)^2$$

Η παραπάνω ενέργεια πρόκειται το ελατήριο να την ξαναδώσει στην πλάκα, κατά τη διάρκεια της αντήναξης της πλάκας και της κίνησής της προς τα πάνω, αφού όταν το ελατήριο θα αποκτήσει ξανά το φυσικό μήκος του, θα έχει ολοκληρωθεί μια κυκλική διαδρομή του σώματος σε επαφή με το ελατήριο και το έργο της συντηρητικής δύναμης θα είναι μηδενικό.

- iv) Αν πάρουμε την διαδρομή $A \rightarrow B \rightarrow \Gamma \rightarrow \Delta$ στη διάρκειά της έχουμε μια **μείωση** της μηχανικής ενέργειας του σώματος κατά:

$$|\Delta E| = E_1 - E_4 = mgh_1 - mgh_2 = mg(h_1 - h_2) = 2 kg \cdot 10 m/s^2 \cdot (2m - 1,8m) = 4 J$$

Σύμφωνα με την πρόσφατη ανάρτηση «[Η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας](#)» η παραπάνω μείωση της μηχανικής ενέργειας συνδέεται με το έργο μιας μη συντηρητικής δύναμης. Ποιες δυνάμεις ασκήθηκαν στην πλάκα στη διάρκεια της παραπάνω κίνησης; Το βάρος και η δύναμη του ελατηρίου είναι δυνάμεις

συντηρητικές, άρα υπάρχει και κάποια άλλη ακόμη. Και αυτή δεν μπορεί παρά να είναι η αντίσταση του αέρα, μια μη συντηρητική δύναμη, ανάλογη της γνωστής μας τριβής, η οποία αφαιρεί μηχανική ενέργεια από την πλάκα μετατρέποντάς την σε θερμική ενέργεια. Με βάση αυτά, το έργο της αντίστασης του αέρα θα είναι:

$$W_{F_{\text{αντ}}} = \Delta E = -4J$$

Σχόλιο:

Τελικά ποιες μορφές παίρνει η μηχανική ενέργεια στη διάρκεια της παραπάνω κίνησης της πλάκας;

Για να απαντήσουμε στο ερώτημα, πρώτα πρέπει να ορίσουμε για ποιο σύστημα μιλάμε.

- Αν το σύστημά μας είναι η Γη και η πλάκα, τότε έχουμε μόνο κινητική και δυναμική (βαρυτική) ενέργεια.
- Αν βάλουμε και το ελατήριο στο σύστημα, τότε θα έχουμε κινητική της πλάκας, δυναμική (βαρυτική) ενέργεια της πλάκας, η οποία συνδέεται με το έργο του βάρους και δυναμική (ελαστικής παραμόρφωσης) του ελατηρίου, η οποία συνδέεται με το έργο της δύναμης του ελατηρίου $F_{el} = -kx$.

dmargaris@gmail.com