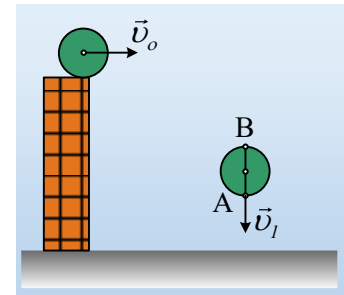


Μια πλάγια βολή δίσκου.

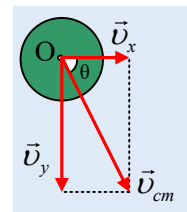
Από ορισμένο ύψος, εκτοξεύεται για $t=0$, οριζόντια ένας ομογενής δίσκος με αρχική ταχύτητα $v_0=2\text{m/s}$ και ορισμένη γωνιακή ταχύτητα ω , η οποία παραμένει σταθερή στη διάρκεια της πτώσης. Το επίπεδο του δίσκου ταυτίζεται με το επίπεδο της σελίδας του διπλανού σχήματος. Τη στιγμή $t_1=0,4\text{s}$, το κάτω άκρο Α μιας κατακόρυφης διαμέτρου AB, έχει μόνο κατακόρυφη ταχύτητα v_1 . Για τη στιγμή t_1 ζητούνται:



- Να υπολογίσετε την ταχύτητα του κέντρου (και κέντρου μάζας) του δίσκου O.
 - Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δίσκου, καθώς και η επιτάχυνση του σημείου A, τη στιγμή t_1 .
 - Η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σημείου B, του ανώτερου σημείου της κατακόρυφης διαμέτρου.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Απάντηση:

- Από τον ορισμό του κέντρου μάζας, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το κέντρο O του δίσκου, δέχεται τη μοναδική δύναμη που ασκείται στο δίσκο, το βάρος w , στο οποίο έχουμε συγκεντρωμένη τη μάζα του δίσκου, οπότε θεωρούμε ότι έχουμε ένα υλικό σημείο, το οποίο εκτελεί την οριζόντια βολή. Αλλά τότε η κίνηση θεωρείται σύνθεση μιας οριζόντιας κίνησης, ευθύγραμμης ομαλής με σταθερή ταχύτητα $v_x=v_0$ και μιας κατακόρυφης κίνησης ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης (ελεύθερης πτώσης).



Συνεπώς τη στιγμή t_1 το O έχει κατακόρυφη ταχύτητα:

$$v_y = gt = 10 \cdot 0,4 \text{ m/s} = 4 \text{ m/s}$$

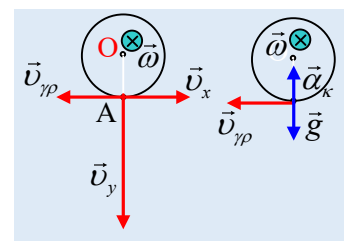
Τότε με βάση και το σχήμα, έχουμε για το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας O:

$$v_{cm} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} \text{ m/s} = \sqrt{20} \text{ m/s} = 2\sqrt{5} \text{ m/s}$$

Ενώ η διεύθυνσή της σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ , όπου:

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_y}{v_0} = \frac{4}{2} = 2$$

- Επιστρέφουμε τώρα στο «στερεό» δίσκος! Θεωρούμε σύνθετη την κίνησή του, μια μεταφορική με ταχύτητα ίση με την v_{cm} και μια στροφική γύρω από οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδο της σελίδας, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο O του δίσκου. Αλλά τότε το σημείο A, έχει τις ταχύτητες v_x και v_y του κέντρου O, λόγω μεταφορικής κίνησης και μια γραμμική ταχύτητα $v_{\gamma\pi}=\omega R$, λόγω της στροφικής κίνησης. Με δεδομένο ότι το A έχει μόνο κατακόρυφη ταχύτητα, συμπεραίνουμε ότι ο δίσκος στρέφεται δεξιόστροφα και η γραμμική ταχύτητα είναι αντίθετη της v_0 , όπως στο



σχήμα. Συνεπώς για την οριζόντια διεύθυνση:

$$v_{A,x} = 0 \rightarrow v_x = v_{\gamma p} \rightarrow v_0 = \omega R \rightarrow \omega = \frac{v_0}{R} = \frac{2m/s}{0,4m} = 5 \text{ } 1/s = 5 \text{ rad } / s$$

Στο 2^ο σχήμα παραπάνω έχουν σημειωθεί οι επιταχύνσεις του σημείου Α. Μια λόγω της μεταφορικής κίνησης (ίση με g) και την κεντρομόλο επιτάχυνση α_k , εξαιτίας της κυκλικής κίνησης του Α γύρω από το Ο. Για την κεντρομόλο έχουμε:

$$\alpha_k = \omega^2 R = 5^2 \cdot 0,4m/s^2 = 10m/s^2 = g$$

Άρα η συνολική επιτάχυνση του σημείου Α είναι μηδενική:

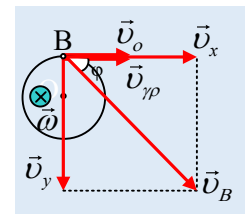
$$\alpha_A = \alpha_k - g = 0$$

Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι η παραπάνω επιτάχυνση του εκάστοτε σημείου στο κάτω άκρο μιας κατακόρυφης διαμέτρου είναι ανεξάρτητη του χρόνου, άρα θα είναι μηδενική σε όλη τη διάρκεια της πτώσης.

- iii) Με την ίδια όπως παραπάνω λογική σχεδιάζουμε τις ταχύτητες του σημείου Β, όπου τώρα η v_0 και η γραμμική ταχύτητα έχουν ίσα μέτρα αλλά και την ίδια κατεύθυνση, οπότε για την ταχύτητα του σημείου Β θα έχουμε:

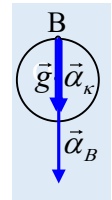
$$v_B = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0 + v_{\gamma p})^2 + v_y^2} \rightarrow$$

$$v_B = \sqrt{(2 + 2)^2 + 4^2} m/s = \sqrt{2 \cdot 16} m/s = 4\sqrt{2} m/s$$



Ενώ για την κατεύθυνσή της $\varphi=45^\circ$, αφού το παραλληλόγραμμο είναι τελικά τετράγωνο.

Όσον αφορά την επιτάχυνση, με βάση το διπλανό σχήμα, αφού το μέτρο της κεντρομόλου είναι το ίδιο με πριν ($\alpha_k = \omega^2 R$), οι δύο επιταχύνσεις έχουν ίσα μέτρα και η ολική επιτάχυνση είναι κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω και μέτρο:



$$\alpha_B = \alpha_k + g = 2g = 20m/s^2.$$

dmargaris@gmail.com