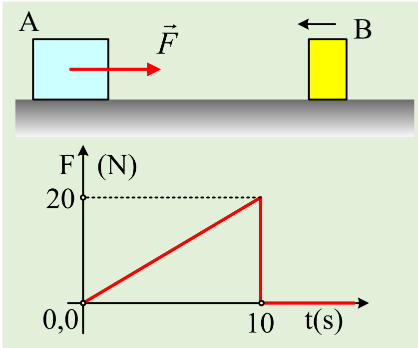
# Ορμή και μεταβλητή δύναμη.

Ένα σώμα Α μάζας $m_1$=2kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,5. Σε μια στιγμή t=0, δέχεται την επίδραση μεταβλητής οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$ το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται, όπως στο διάγραμμα.




i) Αφού βρείτε πρώτα την εξίσωση *F=F(t)*, του μέτρου της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο, για όσο χρόνο ασκείται στο σώμα, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή $t_1$=4s το μέτρο της, καθώς και το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος. Ποια χρονική στιγμή $t_2$ το σώμα αρχίζει να κινείται;

ii) Να βρείτε την εξίσωση του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο, $\left(\frac{dp}{dt}=f(t)\right)$ μέχρι τη στιγμή $t_3$=10s και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

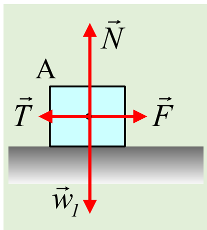
iii) Να βρεθεί η ορμή του σώματος τη στιγμή $t_3$;

iv) Τη στιγμή $t_4$=11,5s το σώμα Α συγκρούεται μετωπικά με ένα δεύτερο σώμα Β, μάζας $m_2$=1kg, το οποίο κινείται αντίθετα και τη στιγμή της κρούσης έχει ταχύτητα μέτρου $υ_2$=2,5m/s. Το αποτέλεσμα της κρούσης είναι το σώμα Α να ακινητοποιηθεί. Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος Β, αμέσως μετά την κρούση.

Δίνεται g=10m/s$^2$, ενώ η τριβή ολίσθησης μεταξύ του σώματος Α και του επιπέδου είναι ίση με την οριακή τριβή.

### *Απάντηση:*

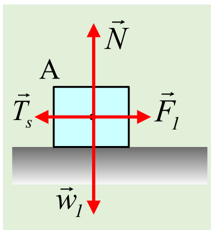
Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις στο σώμα Α, όπου η τριβή Τ θα είναι στατική, για όσο χρόνο το σώμα παραμένει ακίνητο και τριβή ολίσθησης, όταν το σώμα ολισθαίνει. Για το μέτρο της τριβής ολίσθησης, ίσο και με το μέγιστο μέτρο της στατικής τριβής, την οριακή τριβή, θα έχουμε:




$$T_{ολ}=T_{ορ}=\mu N \xrightarrow{N=w_1} T=\mu m_1 g=0,5\cdot 2\cdot 10N=10N$$

i) Το μέτρο της δύναμης ικανοποιεί την εξίσωση F=λt, όπου για t=10s, F=20N, οπότε:

$$F=\lambda t \rightarrow \lambda=\frac{F_3}{t_3}=\frac{20N}{10s}=2N/s \rightarrow F=2t \quad (S.I.)$$



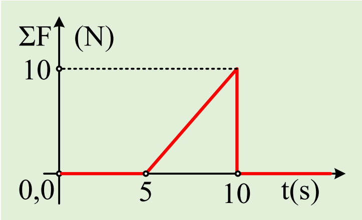

Οπότε τη στιγμή $t_1$=4s, η δύναμη έχει μέτρο $F_1=2t_1=2\cdot 4N=8N$, μικρότερο από το μέτρο της οριακής τριβής. Αλλά τότε το σώμα δεν επιταχύνεται, αλλά ισορροπεί, ενώ πάνω του ασκείται δύναμη στατικής τριβής $T_s$=8N. Τότε όμως από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα θα έχουμε:

$$\frac{d\vec{p}}{dt}=\Sigma\vec{F}=0$$

Εξάλλου το σώμα θα αρχίσει να κινείται όταν το μέτρο της δύναμης γίνει ίσο με 10N, ίσο δηλαδή με το μέγιστο μέτρο της στατικής τριβής, συνεπώς τη στιγμή:

$$F = 2t \xrightarrow{(S.I.)} t_2 = \frac{F_2}{2} = \frac{T_{ολ}}{2} = \frac{10N}{2N/s} = 5s$$

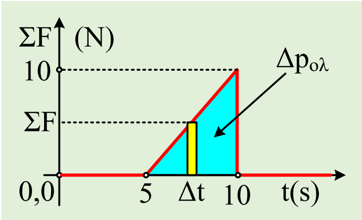
ii) Με βάση τα παραπάνω, μέχρι τη στιγμή $t_2$=5s η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι μηδενική, ενώ από $t_2$ έως $t_3$=10s, η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο:




$$ΣF = F - T_{ολ} = 2t - 10 \quad (μονάδες\ στο\ S.I.)$$

Με αντίστοιχη γραφική παράσταση αυτή του διπλανού διαγράμματος.

iii) Στο διπλανό διάγραμμα έστω ένα κίτρινο ορθογώνιο με βάση Δt και ύψος ΣF. Το εμβαδόν του είναι αριθμητικά ίσο με την αντίστοιχη μεταβολή της ορμής του σώματος στο χρονικό αυτό διάστημα Δt. Πράγματι από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα, για το χρονικό διάστημα Δt, έχουμε:




$$\frac{Δ\vec{p}}{Δt} = Σ\vec{F} \rightarrow Δp = (ΣF) \cdot Δt$$

Αλλά τότε η συνολική μεταβολή της ορμής του σώματος από 5s-10s, θα είναι αριθμητικά ίση με το εμβαδόν του γαλάζιου τριγώνου του διαγράμματος:

$$Δp_{ολ} = (Εμβ) = \frac{1}{2} 5s \cdot 10N = 25kgm/s$$

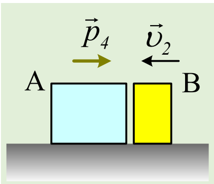
Όμως $Δp_{ολ} = p_3 - p_2 = p_3 - 0 \rightarrow$

$$p_3 = Δp_{ολ} = 25kgm/s$$

iv) Ξανά εφαρμόζοντας το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα, στο χρονικό διάστημα από $t_3$=10s έως $t_4$=11,5s παίρνουμε:

$$\frac{Δ\vec{p}}{Δt} = Σ\vec{F} \rightarrow Δp_{3,4} = (ΣF) \cdot Δt \rightarrow p_4 - p_3 = -T \cdot Δt \rightarrow$$
$$p_4 = p_3 - T \cdot Δt = 25kgm/s - 10 \cdot 1{,}5Ns = 10kgm/s$$

Οπότε εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση, παίρνουμε (θετική φορά προς τα δεξιά, οπότε $υ_2$=-2,5m/s):




$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά} \rightarrow \vec{p}_A + \vec{p}_B = \vec{p}\,'_A + \vec{p}\,'_B \rightarrow p_4 + m_2υ_2 = 0 + m_2υ'_2 \rightarrow$$
$$υ'_2 = υ_2 + \frac{p_4}{m_2} = -2{,}5m/s + \frac{10}{1} m/s = 7{,}5m/s$$

Δηλαδή αμέσως μετά την κρούση, ενώ το Α σταματά να κινείται το Β σώμα κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα μέτρου 7,5m/s.

**dmargaris@gmail.com**