Διονύσης Μάργαρης

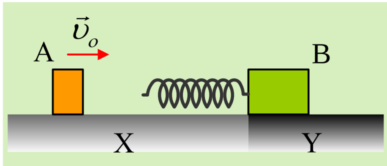
Φυσική

Γ΄ Λυκείου

Ταλαντώσεις

Ασκήσεις 2025-26

1) Θα γλιστρήσει, δεν θα γλιστρήσει;



Ένα σώμα Α μάζας m=1kg κινείται σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο Χ με σταθερή ταχύτητα υ_0=3m/s, κατευθυνόμενο προς ένα σώμα Β, το οποίο ηρεμεί σε μια περιοχή Υ του επιπέδου, η οποία δεν είναι λεία, με αποτέλεσμα να αναπτύσσονται τριβές. Στο σώμα Β έχει προσκολληθεί ένα ιδανικό ελατήριο σταθεράς k=100N/m και το σώμα Α κινείται στην διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Αν τη στιγμή t_0=0 το σώμα Α έρχεται σε επαφή με το ελατήριο το οποίο αρχίζει να συσπειρώνει, ζητούνται:

i) Ποια η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου, αν το σώμα Β παραμείνει ακίνητο στη θέση του;

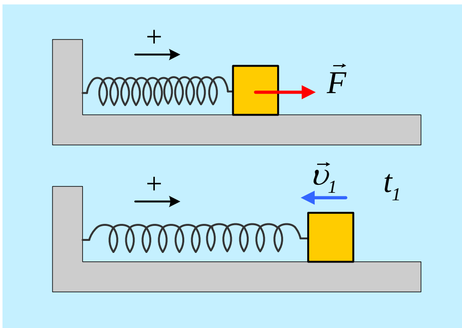
ii) Να γίνει η γραφική παράσταση της τριβής που ασκείται στο σώμα Β σε συνάρτηση με το χρόνο.

iii) Αν το σώμα Β έχει μάζα Μ=4kg, να βρεθεί η ελάχιστη τιμή του συντελεστή οριακής στατικής τριβής μεταξύ του σώματος Β και του επιπέδου Υ, ώστε αυτό να παραμείνει ακίνητο.

iv) Αν το σώμα Β έχει μάζα M_1=2,5kg, ενώ παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστή τριβής μ_1=0,8, να υπολογιστεί η ταχύτητα υ_1 του σώματος Α, τη στιγμή που αρχίζει η ολίσθηση του σώματος Β.

Θεωρήσετε την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική, η οριακή τριβή, ίση με την τριβή ολίσθησης, ενώ g=10m/s^2.

2) Μια μόνο στιγμή σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση



Ένα σώμα μάζας 2kg ταλαντώνεται στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=100N/m, σε λείο οριζόντιο επίπεδο με εξίσωση απομάκρυνσης x=0,5·ημ(4t) (μονάδες στο S.I.) με την επίδραση μιας περιοδικής δύναμης F, ενώ δέχεται και δύναμη απόσβεσης της μορφής F_α=-0,5υ (S.I.). Σε μια στιγμή t_1, το σώμα έχει ταχύτητα υ_1=-1,2m/s, με την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική. Για τη στιγμή αυτή t_1, ζητούνται:

i) Η απομάκρυνση και η επιτάχυνση του σώματος.

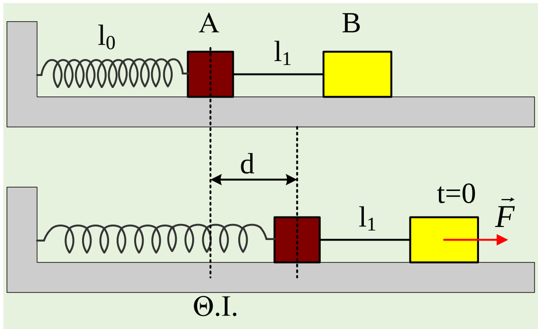
ii) Οι (αλγεβρικές) τιμές των οριζοντίων δυνάμεων που ασκούνται σώμα (δεν μας απασχολούν για την κίνηση αυτή, βάρος και κάθετη αντίδραση του επιπέδου).

iii) Οι ρυθμοί μεταβολής κινητικής και δυναμικής ενέργειας του σώματος.

iv) Η ισχύς κάθε δύναμης που ασκείται στο σώμα.

3) Δυο σώματα στο άκρο νήματος ταλαντώνονται.

Δύο σώματα Α και Β με μάζες m_1=1kg και m_2=3kg ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένα στο άκρο μη εκτατού νήματος μήκους l_1, ενώ το σώμα Α είναι δεμένο και στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=40N/m. Ασκώντας κατάλληλη οριζόντια δύναμη στο σώμα Β, επιμηκύνουμε το ελατήριο κατά d=(2/π) m, όπως στο δεύτερο σχήμα και τη στιγμή t=0 το αφήνουμε να κινηθεί, οπότε το σύστημα των δύο σωμάτων, κινούμενο σαν ένα σώμα, εκτελεί αατ με σταθερά επαναφοράς D=k.



i) Να υπολογιστεί το αρχικό μέτρο της τάσης του νήματος, μόλις αφεθεί το σώμα Β να κινηθεί.

ii) Να βρεθεί η τάση του νήματος και η ταχύτητα των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή t_1=0,5s.

iii) Αν τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά τη χρονική στιγμή t_2=0,75s, να βρεθούν:

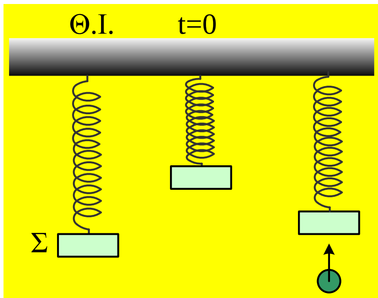
α) το μήκος του νήματος που συνδέει τα δύο σώματα.

β) Οι ταχύτητες των δύο σωμάτων, αμέσως μετά την κρούση.

Δίνεται (1/π)=0,3 και $π^2$=10.

4) Μια Κρούση και δύο Ταλαντώσεις

Ένα σώμα Σ μάζας Μ=1kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου, το οποίο έχει επιμηκύνει κατά 0,1m, όπως στο πρώτο σχήμα. Μετακινούμε το σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω, μέχρι να προκαλέσουμε συσπείρωση (από το φυσικό μήκος του) του ελατηρίου κατά 0,3m και τη στιγμή t=0, το αφήνουμε να εκτελέσει αατ με D=k.



Θεωρούμε την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική και την επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s^2:

i) Να υπολογισθεί η αρχική επιτάχυνση του σώματος Σ, μόλις αφεθεί να ταλαντωθεί.

ii) Να βρεθούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης y=y(t) και της ταχύτητας υ=υ(t) του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

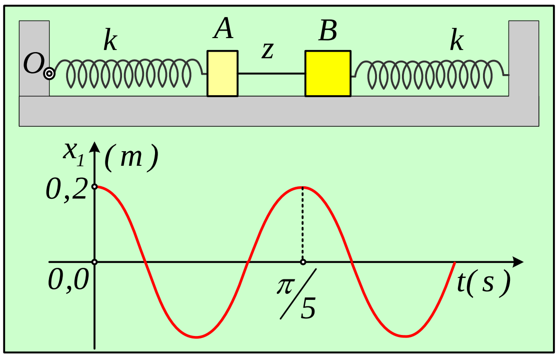
iii) Πόση είναι η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου και ποια χρονική στιγμή t_1 η επιμήκυνση γίνεται μέγιστη για πρώτη φορά;

iv) Τη χρονική στιγμή $t_2 = \left(13\pi/60\right)s$ το σώμα Σ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με μια σφαίρα μάζας m=0,4kg η οποία κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω και η οποία ελάχιστα πριν την κρούση έχει ταχύτητα $υ_2$=1,5m/s.

α) Να βρεθεί η εξίσωση y΄=y΄(t) για την απομάκρυνση του σώματος Σ από την θέση ισορροπίας του για την νέα ταλάντωση που θα ακολουθήσει, σε συνάρτηση με το χρόνο.

β) Ποια η μεταβολή της ορμής της σφαίρας, η οποία οφείλεται στην κρούση.

5) Ας μελετήσουμε τις ταλαντώσεις δύο σωμάτων



Δύο σώματα Α και Β με μάζες m_1=1kg και m_2=4kg αντίστοιχα, τα οποία θεωρούμε υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων, ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένα στα άκρα δύο όμοιων ιδανικών ελατηρίων, όπως στο σχήμα, όπου το φυσικό μήκος κάθε ελατηρίου είναι 1m, ενώ το μήκος του νήματος που συνδέει τα δύο σώματα είναι z=0,4m. Σε μια στιγμή t=0 κόβουμε το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα, οπότε κάθε σώμα εκτελεί μια ααt και στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η απομάκρυνση του σώματος Α, από την θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο.

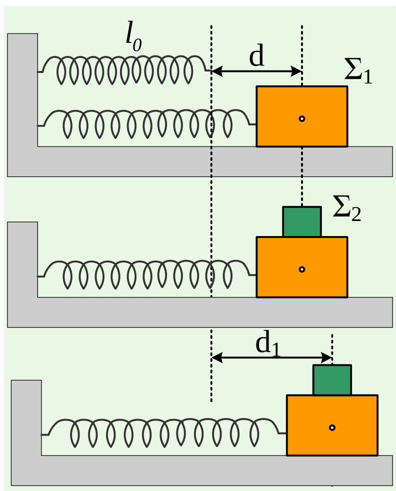
i) Να υπολογιστεί η σταθερά των ελατηρίων, καθώς και η τάση του νήματος, πριν κοπεί το νήμα.

ii) Να κάνετε το αντίστοιχο διάγραμμα x_2=f(t) της απομάκρυνσης του σώματος Β, από την δική του θέση ισορροπίας, σε συνάρτηση με το χρόνο.

iii) Να υπολογιστεί η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων, τη στιγμή που το αριστερό ελατήριο έχει το ελάχιστο μήκος του, για πρώτη φορά.

iv) Παίρνουμε έναν οριζόντιο προσανατολισμένο άξονα x΄x με αρχή το σημείο Ο του σχήματος (το σημείο πρόσδεσης του αριστερού ελατηρίου). Να βρεθεί η θέση x΄=f(t) κάθε σώματος, στον άξονα αυτό, σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνουν, σε κοινούς άξονες, οι γραφικές παραστάσεις των δύο θέσεων.

6) Οι επιταχύνσεις με ή χωρίς ολίσθηση



Ένα σώμα $Σ_1$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, με φυσικό μήκος l_0. Εκτρέπουμε το σώμα προς τα δεξιά κατά d και αφήνοντάς το να κινηθεί, παρατηρούμε ότι η μέγιστη επιτάχυνση που αποκτά, έχει μέτρο $α_0$.

i) Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία, αλλά τώρα τοποθετούμε πάνω στο σώμα $Σ_1$, ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$, όπως στο μεσαίο σχήμα και παρατηρούμε ότι για την ίδια αρχική απομάκρυνση d, οριακά δεν υπάρχει ολίσθηση και τα δυο σώματα κινούνται μαζί. Η μέγιστη επιτάχυνση που αποκτά τώρα το σώμα $Σ_1$ έχει μέτρο:

α) $α_1 < α_0$, β) $α_1 = α_0$, γ) $α_1 > α_0$.

ii) Αυξάνουμε την αρχική απομάκρυνση σε d_1= 4d/3 και αφήνουμε το σύστημα των σωμάτων να κινηθεί. Αν ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων είναι ίσος με τον συντελεστή τριβής ολίσθησης, ενώ m_1=2m_2, τότε:

a) Η αρχική επιτάχυνση του σώματος $Σ_2$ έχει μέτρο:

α) $α_2 < α_0$, β) $α_2 = α_0$, γ) $α_2 > α_0$.

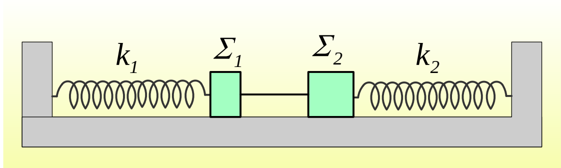
b) Η αρχική επιτάχυνση που αποκτά το σώμα $Σ_1$ έχει μέτρο:

α) $α'_1 < α_0$, β) $α'_1 = α_0$, γ) $α'_1 > α_0$.

iv) Να εξηγήσετε γιατί στην τελευταία περίπτωση, τελικά το σύστημα θα εκτελέσει μια ΑΑΤ με ενέργεια ταλάντωσης μικρότερη από $\frac{1}{2}kd_1^2$.

7) Δύο σώματα και ένα σύστημα ταλαντώνονται

Τα δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες m_1=1kg και m_2=3kg αντίστοιχα, ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένα στα άκρα δύο ιδανικών οριζοντίων ελατηρίων με σταθερές k_1=150N/m και k_2=250N/m, ενώ συνδέονται με αβαρές μη ελαστικό νήμα, όπως στο σχήμα. Στη θέση αυτή το ελατήριο σταθεράς k_1 έχει επιμήκυνση $Δl_1$=0,4m.



i) Να υπολογισθεί η τάση του νήματος που συνδέει τα δύο σώματα, καθώς και η παραμόρφωση του δεύτερου ελατηρίου σταθεράς k_2.

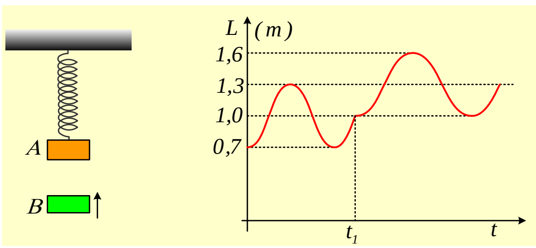
ii) Εκτρέπουμε το σύστημα προς τα δεξιά κατά d=0,2m και το αφήνουμε να κινηθεί, τη χρονική στιγμή t=0. Θεωρώντας ότι τα δυο σώματα κινούνται μαζί, σαν ήταν ένα σώμα Σ μάζας Μ=4kg, να αποδείξετε ότι το σώμα Σ θα εκτελέσει αατ, για την οποία να βρείτε πλάτος και περίοδο ταλάντωσης.

iii) Θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, να δώσετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, για το σώμα Σ.

iv) Να βρεθεί η αλγεβρική τιμή της δύναμης T_1 που το νήμα ασκεί στο σώμα $Σ_1$ σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος $Σ_1$ από την θέση ισορροπίας του και σε συνάρτηση με το χρόνο. Στη συνέχεια να παρασταθούν γραφικά οι παραπάνω δύο συναρτήσεις.

8) Με πληροφορίες από ένα διάγραμμα

Ένα σώμα Α ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου, το πάνω άκρο του οποίου έχει δεθεί σε ταβάνι. Εκτρέπουμε το σώμα Α κατακόρυφα και το αφήνουμε να εκτελέσει μια ΑΑΤ.



Σε μια στιγμή το σώμα Α συγκρούεται μετωπικά με ένα δεύτερο σώμα Β, το οποίο κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω, όπως στο σχήμα. Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται το μήκος του ελατηρίου σε συνάρτηση με το χρόνο. Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα, να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα, δίνοντας και σύντομες δικαιολογήσεις.

i) Η αρχική εκτροπή του σώματος Α ήταν προς τα πάνω ή προς τα κάτω;

ii) Ποιο είναι το φυσικό μήκος του ελατηρίου με δεδομένο ότι η αρχική επιτάχυνση του σώματος Α, μόλις αφεθεί να κινηθεί, έχει μέτρο α=g, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας;

iii) Ποιο είναι το πλάτος ταλάντωσης του σώματος Α, πριν την κρούση;

iv) Προς τα πού κινείται το σώμα Α τη στιγμή της κρούσης, προς τα πάνω ή προς τα κάτω;

v) Η κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων είναι πλαστική ή όχι;

vi) Αν το σώμα Α έχει μάζα m_1=0,6kg, να υπολογιστούν:

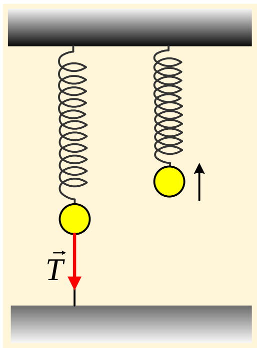
α) Η σταθερά k του ελατηρίου

β) Η μάζα του Β σώματος.

γ) Οι ταχύτητες των δύο σωμάτων, ελάχιστα πριν την κρούση.

Δίνεται g=10m/s^2, ενώ τα δυο σώματα θεωρούνται υλικά σημεία, αμελητέων διαστάσεων.

9) Επιτάχυνση και δυναμική ενέργεια



Ένα σώμα ισορροπεί, όπως στο σχήμα, στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, ενώ ταυτόχρονα συνδέεται με το έδαφος με νήμα η τάση του οποίου είναι ίση με το μισό του βάρους του σώματος. Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα, με αποτέλεσμα το σώμα να κινηθεί προς τα πάνω εκτελώντας μια κατακόρυφη αατ.

i) Αν g η επιτάχυνση της βαρύτητας, τότε το μέγιστο μέτρο της επιτάχυνσης που αποκτά το σώμα είναι:

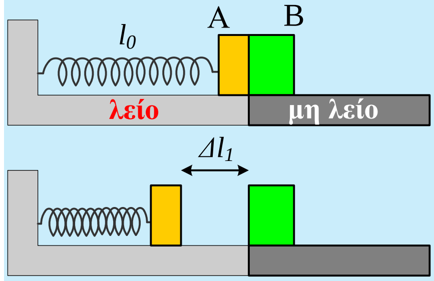
α) α < 0,5g, β) α = 0,5g, γ) α > 0,5g.

ii) Αν U_1 η μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης και U_2 η αντίστοιχη μέγιστη δυναμική του ελατηρίου ισχύει:

α) $U_2 = U_1$, β) $U_2 = 3U_1$, γ) $U_2 = 6U_1$, δ) $U_2 = 9U_1$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

10) Δυο σώματα σε δύο επίπεδα



Δυο σώματα Α και Β με μάζας m_1=1kg και m_2=3kg αντίστοιχα, ηρεμούν σε οριζόντιο επίπεδο, στη διαχωριστική επιφάνεια, όπου αριστερά το επίπεδο είναι λείο, ενώ δεξιά όχι, όπως στο σχήμα. Το σώμα Α είναι δεμένο στο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, που έχει το φυσικό του μήκος. Εκτρέπουμε το σώμα Α προς τα αριστερά συμπιέζοντας το ελατήριο κατά Δl_1=(1/π)m και για t=0 το αφήνουμε να κινηθεί. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, τη χρονική στιγμή t_1=0,25s, ενώ η κρούση είναι ακαριαία.

Δίνεται ότι τα δυο σώματα παρουσιάζουν με το μη λείο επίπεδο τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,5, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$ και $\pi^2\approx 10$.

i) Να υπολογιστεί η σταθερά του ελατηρίου.

ii) Ποιες οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις των δύο σωμάτων, αμέσως μετά την κρούση;

iii) Να εξετάσετε αν μετά την κρούση, το σώμα Α αποκτήσει κάποια στιγμή επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση του Β σώματος. Μήπως στη διάρκεια της κίνησής του στο λείο επίπεδο, αποκτήσει επιτάχυνση του ίδιου μέτρου με την επιτάχυνση του Β σώματος;

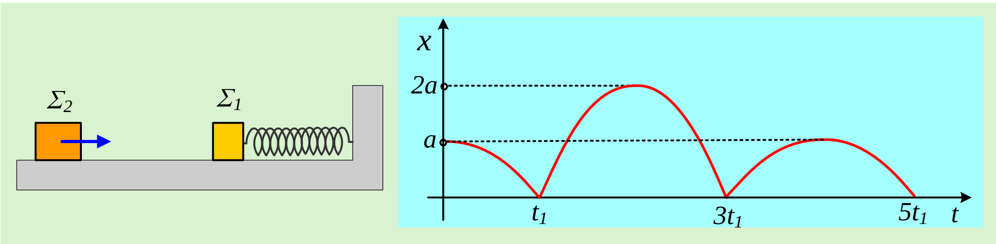
iv) Να βρεθεί η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων, τη χρονική στιγμή $t_2=0{,}5s$.

v) Να εξετάσετε αν τα δύο σώματα θα ξανασυγκρουστούν. Το συνολικό διάστημα που θα διανύσει το Α σώμα, μετά την κρούση, μέχρι να σταματήσει, είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο από $4A_2$, όπου A_2 το πλάτος ταλάντωσής του μετά την κρούση;

11) Κρούσεις και ταλαντώσεις

Κάτι σαν φύλλο εργασίας

Ένα σώμα $Σ_1$ είναι δεμένο στο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k και συγκρατείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, έχοντας συμπιέσει το ελατήριο κατά α. Ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$ κινείται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου πλησιάζοντας το σώμα $Σ_1$. Σε μια στιγμή $t_0=0$, αφήνουμε το $Σ_1$ να ταλαντωθεί και στο διπλανό σχήμα βλέπετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσής του από τη θέση ισορροπίας, σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου κάποια στιγμή τα δυο σώματα συγκρούονται μετωπικά.



Αντλώντας πληροφορίες από το παραπάνω διάγραμμα $x=f(t)$, να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις, δίνοντας και σύντομες δικαιολογήσεις:

i) Να εξηγήσετε γιατί έχουμε κρούση των δύο σωμάτων τη στιγμή t_1. Σε ποια θέση έγινε η κρούση αυτή;

ii) Να εξηγήσετε γιατί η παραπάνω κρούση των δύο σωμάτων δεν μπορεί να είναι πλαστική.

iii) Πόσες κρούσεις μεταξύ των δύο σωμάτων έχουμε, μέχρι τη στιγμή $4t_1$;

Αν οι κρούσεις μεταξύ των σωμάτων είναι ελαστικές:

iv) Σε τι ποσοστό αυξήθηκε η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος $Σ_1$, λόγω της πρώτης κρούσης;

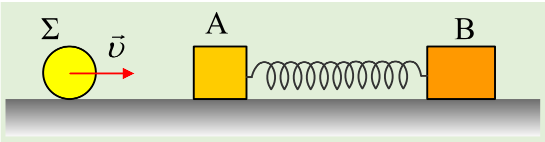
v) Να υπολογιστεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος $Σ_2$ το οποίο μεταφέρεται στο $Σ_1$, κατά την κρούση αυτή.

vi) Να υπολογιστεί συναρτήσει της σταθεράς του ελατηρίου k και της αρχικής του συσπείρωσης α, η κινητική ενέργεια του σώματος $Σ_2$, τις χρονικές στιγμές t=0 και $t'=4t_1$.

vii) Να αποδειχτεί ότι το σώμα $Σ_2$ έχει τριπλάσια μάζα από το σώμα $Σ_1$.

viii) Ποιο από τα δύο σώματα έχει μεγαλύτερη κατά μέτρο ταχύτητα, ελάχιστα πριν την πρώτη κρούση;

12) Μια κρούση και δυο «κρούσεις»…



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο σώματα Α και Β, με μάζες m_1=1kg και m_2=2kg, δεμένα στα άκρα ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=24N/m. Μια σφαίρα Σ με διάμετρο ίση με το ύψος του σώματος Α και μάζα m=0,5kg κινείται ευθύγραμμα κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου με σταθερή ταχύτητα υ=0,9m/s και τη στιγμή t=0, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Α, όπως στο σχήμα.

i) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του σώματος Α, αμέσως μετά την κρούση.

ii) Για το σύστημα των σωμάτων Α και Β, να βρεθούν:

α) Η μέγιστη και η ελάχιστη κινητική ενέργεια του συστήματος.

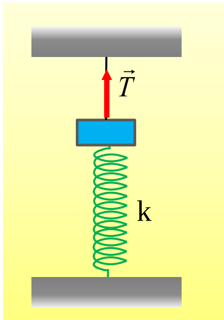
β) Οι επιταχύνσεις των δύο σωμάτων, τη στιγμή t_1, όπου για πρώτη φορά παρουσιάζεται η ελάχιστη κινητική ενέργεια του συστήματος.

γ) Η μέγιστη ταχύτητα την οποία θα αποκτήσει τη στιγμή t_2 για πρώτη φορά το σώμα Β. Πόση ταχύτητα θα έχει τη στιγμή αυτή το σώμα Α;

iii) **Για καθηγητές μόνο**: Να βρεθούν οι παραπάνω αναφερόμενες χρονικές στιγμές t_1 και t_2 καθώς και η απόσταση μεταξύ της σφαίρας και του σώματος Α, τις στιγμές αυτές, αν το ελατήριο έχει φυσικό μήκος 0,6m.

Ασκήσεις 2024-25

13) Ενέργειες ελατηρίου και ταλάντωσης



Ένα σώμα βάρους w ισορροπεί όπως στο σχήμα, δεμένο στο άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k και ενός κατακόρυφου νήματος, η τάση του οποίου είναι T=2w. Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα, οπότε το σώμα εκτελεί μια αατ.

i) Η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος είναι ίση:

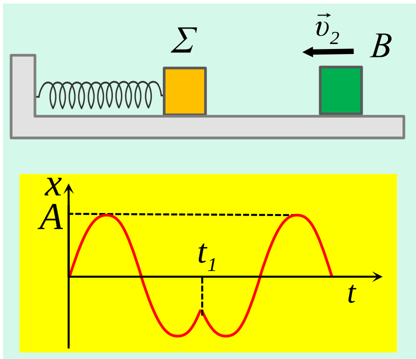
α) $\frac{w^2}{k}$, β) $2\frac{w^2}{k}$, γ) $3\frac{w^2}{k}$, δ) άλλη τιμή.

ii) Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι ίση:

α) $2\frac{w^2}{k}$, β) $4\frac{w^2}{k}$, γ) $6\frac{w^2}{k}$, δ) άλλη τιμή.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

14) Ταλάντωση και κρούση



Ένα σώμα Σ μάζας m, ταλαντώνεται στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο, με πλάτος Α. Κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου κινείται ένα δεύτερο σώμα Β, της ίδιας μάζας m με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$, όπως στο σχήμα και σε μια στιγμή t_1 τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνεται στο διάγραμμα.

i) Αν υ_0 το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος Σ, για την ταλάντωσή του πριν την κρούση και υ_2 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Β, ισχύει:

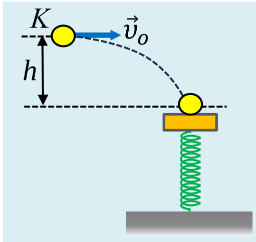
α) $\upsilon_2 < \upsilon_0$, β) $\upsilon_2 = \upsilon_0$, γ) $\upsilon_2 > \upsilon_0$.

ii) Αν τα δυο σώματα δεν είχαν ίσες μάζες, αλλά το Σ είχε τριπλάσια μάζα από το σώμα Β, ενώ είχαν πριν την κρούση τις ταχύτητες του προηγούμενου ερωτήματος, να χαράξετε ένα ποιοτικό διάγραμμα, αντίστοιχο με το παραπάνω, για την απομάκρυνση του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

15) Μετά την πλάγια κρούση μια αατ

Ένας δίσκος, μάζας m, ηρεμεί στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου. Μια λεία σφαίρα, της ίδιας μάζας, εκτοξεύεται οριζόντια από ένα σημείο K, το οποίο βρίσκεται σε κατακόρυφη απόσταση h, πάνω από το δίσκο, οπότε μετά από λίγο συγκρούεται ελαστικά με το δίσκο. Μετά την κρούση βλέπουμε το δίσκο να εκτελεί μια κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση.



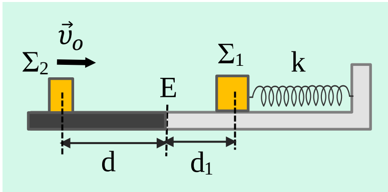
i) Τι κίνηση θα εκτελέσει η σφαίρα μετά την κρούση με το δίσκο;

ii) Η ενέργεια ταλάντωσης του δίσκου, μετά την κρούση είναι ίση:

α) $E < mgh$, β) $E = mgh$, γ) $E > mgh$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

16) Δύο επίπεδα και μια κρούση στο σύνορο



Ένα σώμα $Σ_1$ μάζας 1kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m, απέχοντας απόσταση d_1=0,4m, από το σημείο Ε, πέρα από το οποίο το ίδιο επίπεδο γίνεται μη λείο. Ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$, μάζας 0,5kg ηρεμεί σε απόσταση d=1m από το σημείο Ε, όπως στο σχήμα. Μετακινούμε το $Σ_1$ προς τα δεξιά συμπιέζοντας το ελατήριο κατά $Δl$=0,5m, ενώ εκτοξεύουμε το σώμα $Σ_2$ με αρχική ταχύτητα $υ_o$=3,5m/s, προς το σώμα $Σ_1$ και στη συνέχεια αφήνουμε ελεύθερο το σώμα $Σ_1$ να κινηθεί. Τα δυο σώματα κινούμενα αντίθετα, στην ίδια διεύθυνση, συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά στο σημείο Ε, τη χρονική στιγμή t_0=0. Μετά την κρούση, το σώμα $Σ_1$ εκτελεί μια αμείωτη ελεύθερη αρμονική ταλάντωση, μια ααt.

i) Να βρεθούν οι ταχύτητες του σώματος $Σ_1$, ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση.

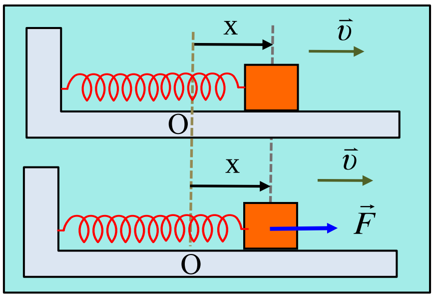
ii) Να γίνει η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σώματος $Σ_1$ σε συνάρτηση με το χρόνο, μετά την κρούση, θεωρώντας θετική την της τα αριστερά κατεύθυνση (στο σχήμα).

iii) Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος $Σ_2$ και του επιπέδου.

iv) Να βρεθεί η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}3π\ s$.

Δίνεται g=10m/s^2.

17) Δύο διαφορετικές ταλαντώσεις



Ένα σώμα Σ είναι δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου, εκτελώντας ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=0,2·ημ(6t) (μονάδες στο S.I.), σε λείο οριζόντιο επίπεδο, γύρω από τη θέση Ο, θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Το ίδιο σύστημα τίθεται σε εξαναγκασμένη ταλάντωση, με την επίδραση εξωτερικής περιοδικής δύναμης F, ενώ ταυτόχρονα δέχεται από το περιβάλλον του και δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}$=-bυ. Μετά την αποκατάσταση σταθερού πλάτους ταλάντωσης, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας Ο, λαμβάνοντας κάποια στιγμή ως αρχή μέτρησης του χρόνου, παίρνουμε την εξίσωση x=0,2·ημ(5t) (S.I.), για την απομάκρυνση του σώματος.

Για μια θέση με απομάκρυνση x, όπου το σώμα κινείται προς τα δεξιά, όπως στο σχήμα:

i) Αν υ_1 η ταχύτητα στην περίπτωση της ΑΑΤ και υ_2 η ταχύτητα στην εξαναγκασμένη ταλάντωση, ισχύει:

α) $\upsilon_1 < \upsilon_2$, β) $\upsilon_1 = \upsilon_2$, γ) $\upsilon_1 > \upsilon_2$.

ii) Αν α_1 και α_2 τα μέτρα των αντίστοιχων επιταχύνσεων, τότε:

α) $\alpha_1 < \alpha_2$, β) $\alpha_1 = \alpha_2$, γ) $\alpha_1 > \alpha_2$.

iii) Σε ποια περίπτωση η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι μεγαλύτερη; Στην ΑΑΤ ή στην εξαναγκασμένη ταλάντωση, για την ίδια απομάκρυνση x;

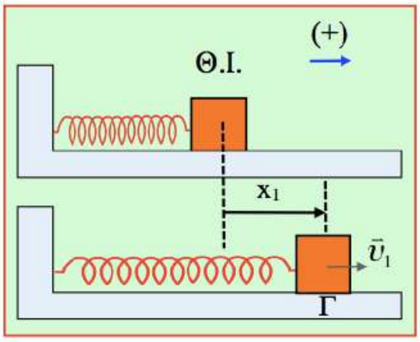
Αν $\frac{dU_1}{dt} = \lambda$ και $\frac{dU_2}{dt} = \mu$ οι αντίστοιχοι ρυθμοί μεταβολής της δυναμικής ενέργειας, ισχύει:

α) $\lambda < \mu$, β) $\lambda = \mu$, γ) $\lambda > \mu$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

18) Μια αατ και μια φθίνουσα ταλάντωση

Ένα σώμα μάζας m=1kg εκτελεί αατ, σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k. Παίρνοντας κάποια στιγμή ως $t_0=0$, η εξίσωση της απομάκρυνσής του είναι x=0,5ημ(10t) μονάδες στο S.I. Σε μια στιγμή t_1 το σώμα περνά από μια θέση Γ με απομάκρυνση $x_1=0,3m$, κινούμενο προς τα δεξιά (με θετική ταχύτητα), όπως στο σχήμα.



i) Να υπολογιστεί η η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος, καθώς και η επιτάχυνσή του στη θέση Γ.

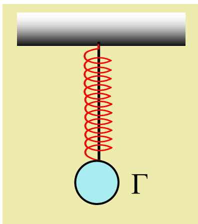
ii) Να υπολογιστούν η κινητική και δυναμική ενέργεια ταλάντωσης στην παραπάνω θέση.

iii) Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας (dK/dt, dU/dt) στην θέση Γ.

iv) Αν στο σώμα αυτό, ασκείτο και δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{\alpha\pi} = -2\upsilon$ (S.I.) και δίναμε αρχικά κάποια ενέργεια στο σώμα για να ταλαντωθεί, αφού υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος στη θέση Γ, να απαντηθούν τα αντίστοιχα ερωτήματα ii) και iii), αν δίνεται ότι στη θέση $x_1=0,3m$ το σώμα κινείται επίσης προς τα δεξιά με ταχύτητα μέτρου $u_1=2m/s$;

19) Η τάση του νήματος και μια ταλάντωση

Ένα σώμα Σ ηρεμεί στη θέση Γ, δεμένο στο άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, ενώ ταυτόχρονα είναι δεμένο στο άκρο ενός νήματος, μήκους $l_1=0,4m$, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή $t_0=0$ κόβουμε το νήμα, οπότε το σώμα εκτελεί μια κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση, γύρω από μια θέση ισορροπίας Ο, όπου θεωρώντας την θετική κατεύθυνση προς τα πάνω, η απομάκρυνση έχει εξίσωση:



$$x = 0,3 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \ (S.I.)$$

i) Να υπολογιστούν η μέγιστη (κατά μέτρο) ταχύτητα και η μέγιστη (κατά μέτρο) επιτάχυνση, που αποκτά το σώμα Σ, κατά την ταλάντωσή του.

ii) Να αποδείξετε ότι το ελατήριο στην αρχική θέση Γ, είχε συσπειρωθεί.

iii) Αν το σώμα Σ έχει μάζα m=1kg να βρεθεί το μέτρο της τάσης του νήματος, πριν αυτό κοπεί.

iv) Να υπολογιστεί η μέγιστη και η ελάχιστη δυναμική ενέργεια:

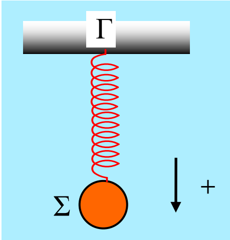
α) της ταλάντωσης και β) του ελατηρίου.

Σε ποιες θέσεις οι παραπάνω ενέργειες παίρνουν τις τιμές αυτές;

v) Να γίνει η γραφική παράσταση του μήκους του ελατηρίου, σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

20) Ενισχύοντας μια ταλάντωση



Ένα σώμα Σ μάζας 2kg ταλαντώνεται με πλάτος $A_1=0,2m$, στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=200N/m, το άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί σε σταθερό σημείο Γ, γύρω από μια θέση ισορροπίας Ο, όπως στο σχήμα.

i) Να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Σ, καθώς η μέγιστη και η ελάχιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

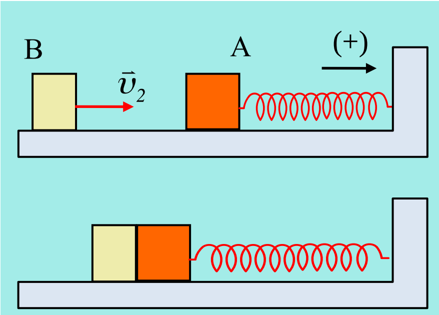
Σε μια στιγμή που το σώμα περνά από το Ο, με κατεύθυνση προς τα κάτω (την θετική κατεύθυνση), ασκούμε στο σώμα μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη F, μέχρι να διανύσει απόσταση Δy=0,2m. Το αποτέλεσμα είναι το σώμα στη συνέχεια, να εκτελέσει μια νέα αατ με πλάτος $A_2=0,4m$.

ii) Αφού αποδειχθεί ότι το έργο της δύναμης F είναι ίσο με την μεταβολή της ενέργειας ταλάντωσης του σώματος, να υπολογιστεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης.

iii) Πόσο % μετέβαλλε την ενέργεια ταλάντωσης και πόσο % την περίοδο ταλάντωσης του σώματος Σ, η δράση της δύναμης F;

iii) Ποια η ισχύς της δύναμης F, στις θέσεις $y_0=0$ και $y_1=0,2m$;

21) Μια ελαστική κρούση μεταξύ δύο αατ



Ένα σώμα Α μάζας $m_1=2kg$ είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=200N/m και εκτελεί αατ σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με πλάτος $A_o=0,5m$. Ένα δεύτερο σώμα Β μάζας $m_2=1kg$ κινείται με ταχύτητα $\upsilon_2=12m/s$ κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Α. Θεωρείστε την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, ενώ η κρούση έχει απειροελάχιστη διάρκεια.

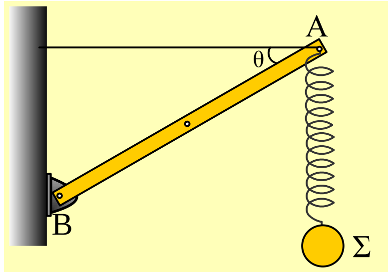
i) Να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Α, μετά την κρούση, αν αυτή πραγματοποιείται σε μια στιγμή που έχει μηδενική ταχύτητα.

ii) Αν η κρούση γίνει τη στιγμή που το σώμα Α περνά από την θέση ισορροπίας του, πόση θα είναι τελικά η ενέργεια της νέας ταλάντωσής του, μετά την κρούση;

iii) Αν το σώμα Α μετά την κρούση έχει την μέγιστη δυνατή ενέργεια ταλάντωσης:

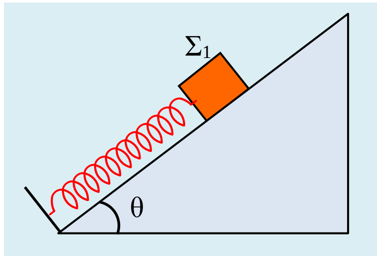
α) Να βρεθεί η μέγιστη αυτή ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Α.

β) Να βρεθεί η θέση της κρούσης, καθώς και η ταχύτητα του Α ελάχιστα πριν την κρούση.



22) Δυο ταλαντώσεις σε κεκλιμένο επίπεδο

Ένα σώμα $Σ_1$, μάζας m_1=1kg ηρεμεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο, δεμένο στο πάνω άκρο ιδανικού ελατηρίου, όπως στο σχήμα, έχοντας συσπειρώσει το ελατήριο κατά 0,1m. Μετακινούμε το σώμα φέρνοντάς το σε μια θέση του επιπέδου, ώστε το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό μήκος του και τη στιγμή t_0=0, το αφήνουμε να κινηθεί.



i) Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ θα εκτελέσει ΑΑΤ.

ii) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο (x=f(t)) και να κάνετε την γραφική της παράσταση μέχρι τη στιγμή t_1=1s, θεωρώντας θετική την αρχική απομά-κρυνση.

Τη στιγμή t_1=1s, τοποθετούμε πάνω στο σώμα $Σ_1$ ένα άλλο σώμα $Σ_2$, χωρίς αρχική ταχύτητα, οπότε ακο-λουθεί μια νέα ταλάντωση, όπου τα δυο σώματα κινούνται μαζί, σαν ένα σώμα Σ. Τα σώματα επιστρέφουν στη θέση που ήταν τη στιγμή t_1, για πρώτη φορά, τη στιγμή t_2=3s.

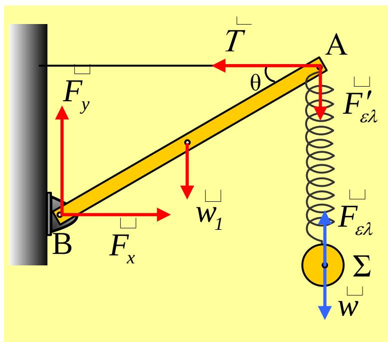
iii) Να υπολογιστεί η μάζα του σώματος $Σ_2$, καθώς και η ενέργεια της ταλάντωσης του συστήματος των δύο σωμάτων.

iv) Να βρεθεί η μέγιστη και η ελάχιστη δύναμη στατικής τριβής που αναπτύσσεται μεταξύ των δύο σωμάτων και τους επιτρέπει να κινούνται μαζί.

Δίνεται για την γωνία του κεκλιμένου επιπέδου ότι ημθ=0,4, g=10m/s^2, ενώ $π^2$≈10.

23) Μια ισορροπία ράβδου και μια ταλάντωση σφαίρας.

Μια ομογενής ράβδος ΑΒ βάρους w_1=40N, ισορροπεί, όπως στο σχήμα, σχηματίζοντας με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ, όπου ημθ=0,6 και συνθ=0,8, αρθρωμένη στο άκρο της Β σε κατακόρυφο τοίχο, ενώ έχει προσδεθεί στο άκρο της Α, μέσω οριζόντιου νήματος, με τον τοίχο. Στο άκρο της Α, έχει δεθεί και το πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=100N/m, στο άλλο άκρο του οποίου ηρεμεί μια σφαίρα Σ μάζας m=4kg.



i) Να υπολογιστούν τα μέτρα της οριζόντιας και της κατακόρυφης συνιστώσας της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση, στο άκρο της Β.

ii) Εκτρέπουμε τη σφαίρα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά y_1=0,3m και τη στιγμή t_0=0, την αφήνουμε να κινηθεί, με αποτέλεσμα να εκτελέσει αατ.

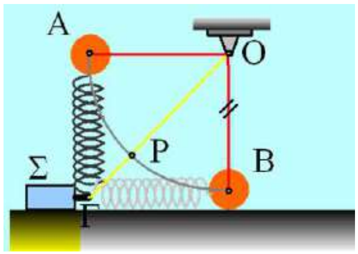
α) Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της σφαίρας σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα κάτω κατεύθυνση ως θετική.

β) Να βρεθεί η εξίσωση της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με το χρόνο $T=f(t)$ και να παρασταθεί γραφικά.

iii) Σε μια στιγμή που η σφαίρα περνά από την θέση ισορροπίας της, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερη σφαίρα $Σ_1$, μάζας m_1=2kg, η οποία κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω. Να υπολογιστεί η ελάχιστη ταχύτητα της σφαίρας $Σ_1$, για την οποία μηδενίζεται η τάση του νήματος, που συγκρατεί τη ράβδο.

Δίνεται g=10m/s^2 .

24) Από κίνηση σε τεταρτοκύκλιο, σε ταλάντωση



Μια μικρή σφαίρα μάζας m=0,7kg, η οποία θεωρείται υλικό σημείο, συγκρατείται στη θέση Α του σχήματος, δεμένη στο άκρο οριζόντιου νήματος μήκους d=0,5m, το άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί στο σημείο Ο. Η σφαίρα έχει επίσης δεθεί στο άκρο ενός ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου φυσικού μήκους l_o=0,2m και σταθεράς k=100N/m. Το άλλο άκρο Γ του ελατηρίου δένεται σε σώμα Σ, μάζας Μ, το οποίο εμφανίζει με το επίπεδο συντελεστές τριβής $μ=μ_{s.}$=0,5. Σε μια στιγμή αφήνεται η σφαίρα να κινηθεί, οπότε φτάνοντας στη θέση Β, όπου το νήμα γίνεται κατακόρυφο (και το ελατήριο οριζόντιο), κόβουμε το νήμα, ενώ η σφαίρα συνεχίζει την κίνησή της σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο (χωρίς να έχουμε φαινόμενο κρούσης…).

i) Να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση της σφαίρας, μόλις αφεθεί να κινηθεί στην θέση Α.

ii) Να αποδειχθεί ότι η σφαίρα έχει μέγιστη μηχανική ενέργεια κατά την κίνησή της στο άκρο του νήματος, στη θέση Ρ, όπου ο άξονας του ελατηρίου, περνά από το Ο. Να υπολογιστεί η μέγιστη αυτή μηχανική ενέργεια της σφαίρας, θεωρώντας το οριζόντιο επίπεδο, ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

iii) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου, τη στιγμή που κόβουμε το νήμα.

iv) Αφού βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει η σφαίρα στο οριζόντιο επίπεδο, να υπολογιστεί η ελάχιστη μάζα του σώματος Σ, ώστε να μην ολισθήσει.

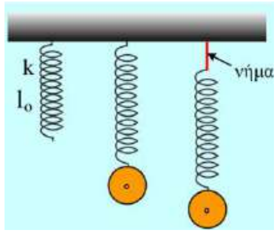
Δίνεται g=10m/s^2, ενώ $\sqrt{\ }$ [illegible]

25) Η περίοδος και η ενέργεια σε μια αατ

Το ιδανικό ελατήριο του σχήματος κρέμεται από το ταβάνι, ενώ στο κάτω άκρο του ηρεμεί ένα σώμα μάζας m. Το ελατήριο έχει φυσικό μήκος l_o, ενώ παρουσιάζει επιμήκυνση Δl=$\frac{l_0}{4}$. Εκτρέπουμε κατακόρυφα το σώμα, προσφέροντάς του ενέργεια μέσω έργου:

$$W = \frac{2}{9} mgl_o$$

και το αφήνουμε να εκτελέσει ααт.



i) Η περίοδος ταλάντωσης του σώματος είναι ίση:

[illegible]

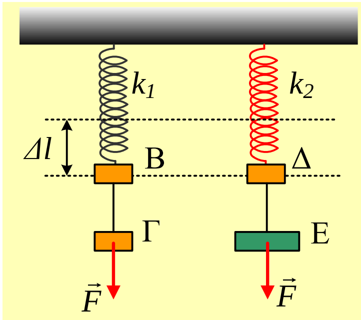
ii) Το ελάχιστο μήκος του ελατηρίου, στη διάρκεια της ταλάντωσης, είναι ίσο:

iii) Αν το πάνω άκρο του ελατηρίου συνδεόταν μέσω νήματος με το ταβάνι, όπως στο δεξιό παραπάνω σχήμα, τότε αν W_1 η μέγιστη ενέργεια που μπορούμε να μεταφέρουμε στο σώμα που αρχικά ηρεμεί, ώστε το νήμα να μην χαλαρώνει, στη διάρκεια της ταλάντωσης που θα ακολουθήσει, τότε:

$$a)\ \frac{W_1}{W} = \frac{9}{16},\quad \beta)\ \frac{W_1}{W} = \frac{9}{14},\quad \gamma)\ \frac{W_1}{W} = \frac{9}{12},\quad \delta)\ \frac{W_1}{W} = \frac{9}{10}.$$

Ασκήσεις 2023-24

26) Πλάτη και περίοδοι σε δυο ταλαντώσεις



Στο σχήμα βλέπετε τέσσερα σώματα Β, Γ, Δ και Ε, τα οποία ηρεμούν στο κάτω άκρο δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές k_1 και k_2, τα οποία έχουν το ίδιο φυσικό μήκος l_0. Τα σώματα έχουν μάζες $m_B=m_\Gamma=m_\Delta=m$ και $m_E=3m$, ενώ με την άσκηση κατακόρυφης δύναμης μέτρου F=mg στα σώματα Γ και Ε, τα ελατήρια έχουν το ίδιο μήκος. Κάποια στιγμή καταργώντας την δύναμη F τα δυο συστήματα σωμάτων (Β-Γ και Δ-Ε) εκτελούν αατ.

i) Οι σταθερές των δύο ελατηρίων συνδέονται με την σχέση:

$$\alpha)\ \frac{k_1}{k_2}=0,4, \quad \beta)\ \frac{k_1}{k_2}=0,5, \quad \gamma)\ \frac{k_1}{k_2}=0,6.$$

ii) Για τα πλάτη των δύο ταλαντώσεων ισχύει:

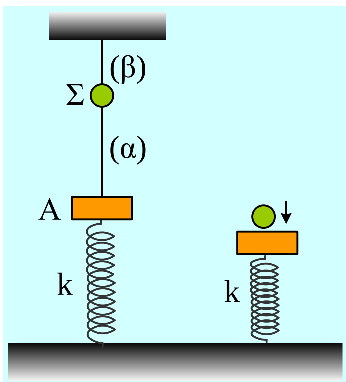
α) $A_1 < A_2$, β) $A_1 = A_2$, γ) $A_1 > A_2$.

iii) Για τις περιόδους των δύο ταλαντώσεων ισχύει:

α) $T_1 < T_2$, β) $T_1 = T_2$, γ) $T_1 > T_2$.

iv) Να εξετάσετε αν, κατά τη διάρκεια των ταλαντώσεων, κάποιο από τα νήματα που συνδέει τα σώματα Β-Γ και Δ-Ε χαλαρώσει.

27) Η τάση του νήματος και μια κρούση



Το σώμα Α μάζας m_1 =2kg ηρεμεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=80N/m, ενώ συνδέεται με αβαρές κατακόρυφο νήμα (α) με σφαίρα Σ, μάζας m_2=0,5kg. Η σφαίρα κρέμεται στο άκρο δεύτερου νήματος (β), όπως στο σχήμα.

i) Αν η τάση του νήματος (β) είναι 13Ν, πόση είναι η παραμόρφωση του ελατηρίου;

Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα (β).

ii) Τι θα κάνει το νήμα (α), θα παραμείνει τεντωμένο; Να υπολογίσετε τις επιταχύνσεις των δύο σωμάτων, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος.

Στη συνέχεια το σώμα Α εκτελεί αατ, ενώ η σφαίρα κτυπά το σώμα Α, την στιγμή που μηδενίζεται για πρώτη φορά η ταχύτητα του σώματος Α. Αν η κρούση είναι κεντρική και ελαστική ενώ αμέσως μετά απομακρύνουμε την σφαίρα Σ.

iii) Να βρεθεί το μήκος του νήματος (α).

iv) Να υπολογίσετε την μεταβολή της ορμής της σφαίρας, η οποία οφείλεται στην κρούση.

v) Πόση είναι τελικά η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Α, μετά την κρούση;

Δίνεται $g=10m/s^2$ και $\pi^2=10$.

28) Δυναμική ενέργεια. Ένας διάλογος.

Δυο μαθητές της Γ΄ Λυκείου, ο Αντώνης (Α) και ο Βασίλης (Β), συζητούν το θέμα της δυναμικής ενέργειας, προσπαθώντας να βγάλουν άκρη, σε αυτά που διάβασαν τελευταία στο ylikonet.gr.

Ας τους ακούσουμε:

Α: Βασίλη πότε λες ότι ένα σώμα θα έχει δυναμική ενέργεια;

Β: Νομίζω όταν δέχεται μια συντηρητική δύναμη.

Α: Και ποια δύναμη ονομάζεις συντηρητική;

Β: Δεν ξέρω την διαφορά, κάτι διάβασα για δυνάμεις πεδίων που συνδέονται με δυναμική ενέργεια και που είναι, να δεις πώς το διάβασα; Πώς τις λένε; Χωρο… τέτοιες!!!

Α: Χωροεξαρτώμενες εννοείς…

29) Δυνάμεις και Ενέργειες…

Μια ακόμη προσπάθεια ανάλυσης!

Σε μια πρόσφατη τοποθέτηση σε διπλανή ανάρτηση, μετέφερα κείμενο από τη «Γενική Φυσική Ι» του κ. Χανιά πάνω στις συντηρητικές δυνάμεις, όπου αναλυτικά περιγράφει πώς καταλήγουμε στην δυναμική ενέργεια.

Ας το δούμε:

30) Συντηρητικές δυνάμεις και δυναμική ενέργεια

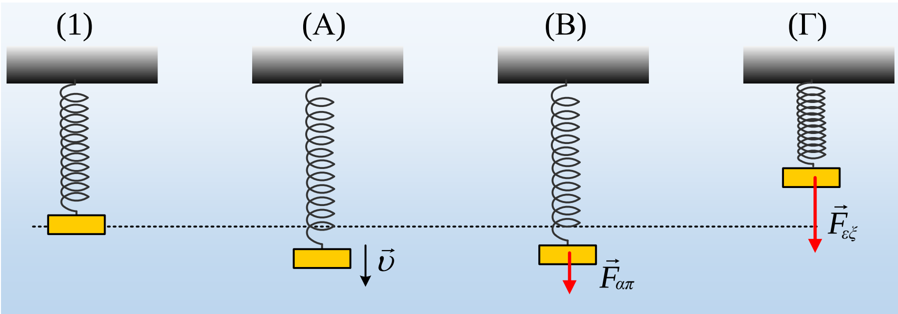
Το πόσο σπουδαία είναι η θεωρητική μηχανική, δεν περιμένετε να το μάθετε από μένα! Αλλά εγώ θα ήθελα να κάνω μια ακόμη προσπάθεια αποσαφήνισης κάποιων πραγμάτων, επί του πρακτέου. Για την διδασκαλία τη Φυσικής στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση…

Έτσι ας αφήσουμε τους ορισμούς που κυκλοφορούν, τα πολύπλοκα μαθηματικά, που πολλές φορές μας μπερδεύουν, και, ας μιλήσουμε συγκεκριμένα. Ποιες συντηρητικές δυνάμεις διδάσκουμε στο σχολείο;

Αν αφήσουμε στην άκρη τις πυρηνικές, διδάσκουμε τις βαρυτικές δυνάμεις, τις ηλεκτροστατικές και τις δυνάμεις των ελαστικών παραμορφώσεων (δύναμη του ελατηρίου). Αυτές τις τρεις κατηγορίες δυνάμεων ονομάζουμε **διατηρητικές** (συντηρητικές…) και τα έργα αυτών των δυνάμεων συνδέονται με κάποια μορφή δυναμικής ενέργειας. Όταν μιλάμε για μηχανική ενέργεια και για ΑΔΜΕ, μορφές ενέργειας που συνδέονται με αυτές τις δυνάμεις έχουμε. Αν σε ένα σύστημα ασκούνται μόνο τέτοιες δυνάμεις, τότε διατηρείται η μηχανική ενέργεια. Αν σε αυτό υπάρχει διαφωνία, ας διατυπωθεί και ας μην διαβαστεί το κείμενο παρακάτω… Η συζήτηση τελειώνει εδώ.

31) Θέσεις ισορροπίας και τρεις ταλαντώσεις

Στο σχήμα βλέπουμε ένα σώμα να ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου (σχήμα 1).



Στο σχήμα (Α) το σώμα εκτελεί ΑΑΤ, στο σχήμα (Β), εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με την επίδραση δύναμης απόσβεσης της μορφής $F_{απ}=-bυ$, ενώ στο σχήμα (Γ) εκτός της παραπάνω δύναμης απόσβεσης, δέχεται και αρμονική εξωτερική δύναμη $F_{εξ}$, με αποτέλεσμα να εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση, σταθερού πλάτους.

i) Στο σχήμα (Α) η δύναμη επαναφοράς έχει φορά προς τα πάνω, ενώ το σώμα αποκτά μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα, όταν περνά από την θέση (1).

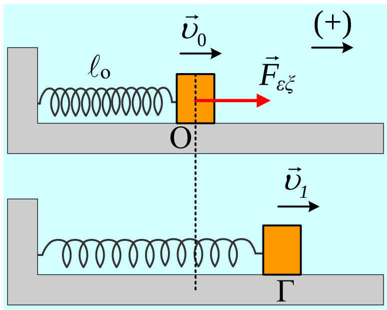
ii) Στο σχήμα (Β) το σώμα κινείται προς τα πάνω, ενώ αποκτά μέγιστη ταχύτητα κατά μέτρο, όταν περνά από την θέση (1), θέση στην οποία τελικά θα σταματήσει.

iii) Στο σχήμα (γ) το σώμα αποκτά μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα, όταν περνά από την θέση (1), στην οποία η εξωτερική δύναμη έχει μέτρο $F_{εξ}=0$.

Να χαρακτηρίσετε τις παραπάνω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δίνοντας και σύντομες δικαιολογήσεις.

32) Η δύναμη και η ισχύς της σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση.

Ένα σώμα μάζας m, εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση, πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=25·m (S.I.), με την επίδραση μιας περιοδικής εξωτερικής δύναμης $F_{εξ}$, ενώ πάνω του ασκείται δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}=-bυ$. Μετά το πέρας των μεταβατικών φαινομένων, λαμβάνοντας κάποια στιγμή ως αρχή μέτρησης των χρόνων t=0, η εξίσωση της απομάκρυνσης ικανοποιεί την εξίσωση x=A·ημ(6t) (S.I.), με θετική κατεύθυνση προς τα δεξιά.



i) Κάποια στιγμή t_1 το σώμα περνά από την θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου (και θέση x=0), κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση, όπως στο σχήμα. Τη στιγμή αυτή:

α) Η εξωτερική δύναμη είναι μηδενική.

β) Η εξωτερική δύναμη έχει θετική κατεύθυνση, όπως στο σχήμα και μέτρο ανάλογο της σταθεράς απόσβεσης b.

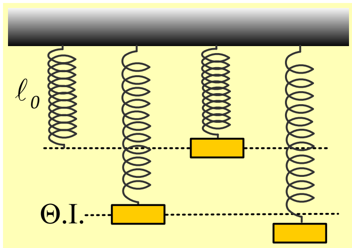
γ) Η ισχύς της εξωτερικής δύναμης είναι ανάλογη του τετραγώνου της γωνιακής ιδιοσυχνότητας ταλάντωσης

ii) Τη στιγμή που το σώμα βρίσκεται στη θέση x=-A, η εξωτερική δύναμη μηδενίζεται.

iii) Μια άλλη στιγμή t_2 το σώμα περνά από την θέση Γ, έχοντας απομάκρυνση x_1, κινούμενο προς τα δεξιά, όπως στο σχήμα. Τη στιγμή αυτή η δύναμη απόσβεσης έχει μέτρο ίσο με το 4% του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου. Στη θέση αυτή η εξωτερική δύναμη προσφέρει ενέργεια στο σώμα με ρυθμό ανάλογο της ταχύτητας $υ_1$, στην θέση αυτή.

Να χαρακτηρίσετε τις παραπάνω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

33) Ας δούμε λίγο και μια φθίνουσα ταλάντωση



Ένα σώμα Σ μάζας 2kg ηρεμεί δεμένο στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, προκαλώντας του επιμήκυνση 0,4m, όπως στο σχήμα. Ανεβάζουμε το σώμα κατακόρυφα κατά 0,4m και σε μια στιγμή $t_0=0$, το αφήνουμε να εκτελέσει κατακόρυφη ταλάντωση, ενώ δέχεται και δύναμη απόσβεσης τη μορφής $F_{απ}=-b·υ=-0,2υ$ (μονάδες στο S.I.).

i) Να υπολογισθεί η αρχική ενέργεια ταλάντωσης, καθώς και η αρχική επιτάχυνση του σώματος.

Σε μια στιγμή t_1 το σώμα έχει επιμηκύνει το ελατήριο κατά 0,5m, έχοντας ταχύτητα μέτρου $|υ_1|=1m/s$.

ii) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης απόσβεσης από την στιγμή t_0 μέχρι τη στιγμή t_1.

iii) Για την στιγμή t_1 να υπολογιστούν:

A) Η επιτάχυνση του σώματος.

B) Οι ρυθμοί μεταβολής:

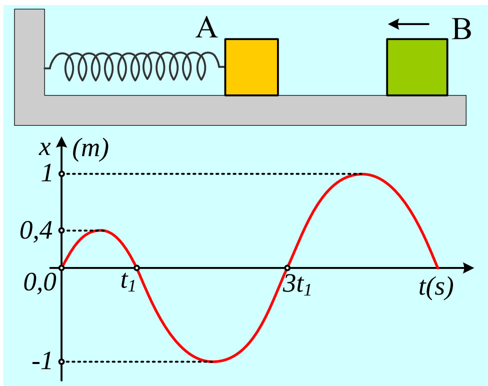
a) της δυναμικής ενέργειας,

b) της κινητικής ενέργειας και

c) της ενέργειας ταλάντωσης του σώματος.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

34) Μια κρούση μεταξύ δύο ταλαντώσεων



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, ταλαντώνεται ένα σώμα Α μάζας $m_1=1kg$, ενώ ένα δεύτερο σώμα Β κινείται με σταθερή ταχύτητα πλησιάζοντας προς το Α σώμα, όπως στο σχήμα. Λαμβάνοντας κάποια στιγμή ως αρχή μέτρησης των χρόνων και ορίζοντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, χαράξαμε την γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του Α σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, παίρνοντας το διάγραμμα του διπλανού σχήματος, όπου την στιγμή $t_1=π/10$ s τα δύο σώματα συγκρούσθηκαν κεντρικά. Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα, να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις:

i) Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί η παραπάνω κρούση είναι πλαστική;

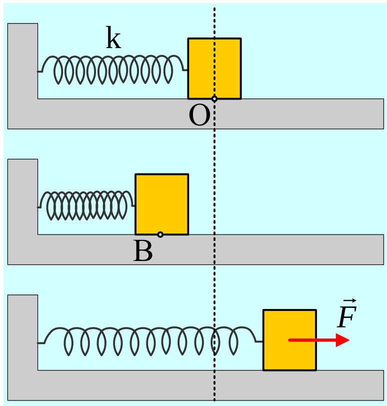
ii) Να υπολογιστεί η σταθερά του ιδανικού ελατηρίου, με το οποίο συνδέεται το Α σώμα.

iii) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος Α ελάχιστα πριν την κρούση, καθώς και η κοινή ταχύτητα των σωμάτων μετά την κρούση.

iv) Αφού υπολογιστεί η αρχική απόσταση (για t=0) των δύο σωμάτων, να γίνει η γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος Β σε συνάρτηση με το χρόνο, για $t \geq 0$.

Δίνεται $\pi^2=10$.

35) Με την άσκηση δύναμης, μια δεύτερη ταλάντωση



Ένα σώμα μάζας 1kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=40N/m, στην θέση Ο. Εκτρέπουμε το σώμα προς τα αριστερά κατά d_1=0,2m, φέρνοντάς το στην θέση Β και σε μια στιγμή t_o=0 το αφήνουμε να ταλαντωθεί. Την στιγμή t_1=0,5s, ασκείται στο σώμα μια σταθερή συντηρητική οριζόντια δύναμη μέτρου F=12N, με φορά προς τα δεξιά, όπως στο σχήμα. Θεωρώντας την προς τα αριστερά κατεύθυνση ως θετική:

i) Να αποδείξετε ότι για όσο χρόνο ασκείται στο σώμα η δύναμη F, αυτό εκτελεί ΑΑΤ, βρίσκοντας την θέση ισορροπίας και το πλάτος της ταλάντωσης αυτής.

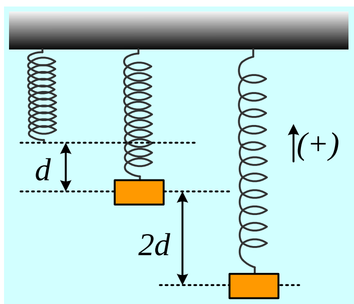
ii) Αφού βρείτε την χρονική στιγμή που το σώμα θα αρχίσει, για πρώτη φορά, να κινείται προς τα αριστερά, να εξετάσετε αν θα επιστρέψει στην αρχική θέση Β, από την οποία ξεκίνησε.

iii) Να βρείτε την συνάρτηση *x=f(t)* της θέσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, αν η αρχή του άξονα είναι η αρχική θέση ισορροπίας Ο του σώματος.

iv) Να γίνει η γραφική παράσταση της παραπάνω συνάρτησης μέχρι την στιγμή t_2=1,5s.

Δίνεται $\pi^2=10$.

36) Έχουμε καταλάβει τα βασικά στις Ταλαντώσεις;



Ένα σώμα ισορροπεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, σταθερά k, το οποίο κρέμεται από το ταβάνι, επιμηκύνοντάς το κατά d. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά 2d και σε μια στιγμή t=0, το αφήνουμε να ταλαντωθεί. Με δεδομένο ότι η προς τα πάνω κατεύθυνση θεωρείται θετική, να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δίνοντας σύντομες δικαιολογήσεις.

i) Η μέγιστη ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με $2kd^2$.

Σε μια στιγμή t_1, όπου $3T/4 < t1 < T$ το ελατήριο έχει επιμήκυνση Δl=2d. Για τη στιγμή αυτή:

ii) Οι αλγεβρικές τιμές ταχύτητας και επιτάχυνσης είναι αρνητικές.

iii) Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με $U_1=2kd^2$.

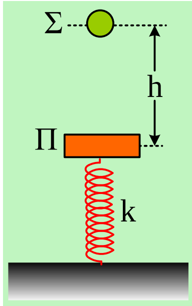
iv) Η κινητική ενέργεια του σώματος είναι ίση με $K_1=1{,}5\ kd^2$.

Αναφερόμενοι τώρα στο ελατήριο:

v) Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι ίση με $U_{max}=4{,}5\ kd^2$.

37) Η θέση της κρούσης και δύο ταλαντώσεις

Μια σφαίρα (Σ) μάζας $m_1=1kg$ συγκρατείται σε ύψος $h=1{,}4m$, πάνω από μια πλάκα (Π), μάζας $m_2=2kg$, η οποία ηρεμεί στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=50N/m$, όπως στο σχήμα. Θέτουμε την πλάκα σε κατακόρυφη ταλάντωση πλάτους A_1 και στη συνέχεια, κάποια στιγμή ($t_o=0$) αφήνουμε ελεύθερη την σφαίρα να πέσει κατακόρυφα και να συγκρουσθεί την στιγμή $t_1=0{,}6s$, με την πλάκα. Αν η κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων είναι κεντρική και ελαστική και η σφαίρα, μετά την κρούση, αποκτά ταχύτητα προς τα πάνω μέτρου 4m/s, να βρεθούν:



i) Η απομάκρυνση της πλάκας την στιγμή της κρούσης.

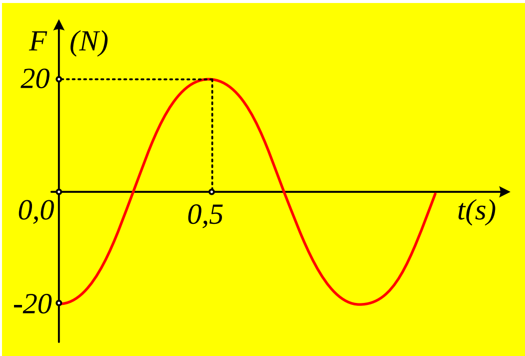
ii) Το πλάτος της ταλάντωσης A_1, πριν την κρούση.

iii) Το νέο πλάτος της ταλάντωσης της πλάκας, μετά την κρούση.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

38) Γνωρίζοντας την δύναμη επαναφοράς

Ένα σώμα μάζας 1kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με την επίδραση δύναμης επαναφοράς, η οποία μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως στο διπλανό σχήμα. Να βρεθούν:



i) Το πλάτος και η ορμή του σώματος την στιγμή $t_1=0{,}25s$.

ii) Η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο (x=f(t)).

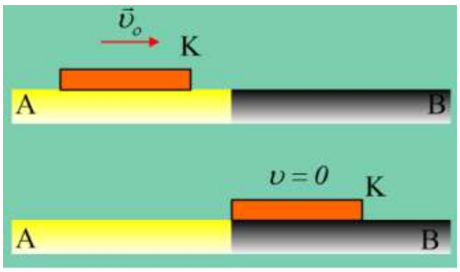
iii) Το έργο της δύναμης επαναφοράς από τη στιγμή $t_1=0{,}25s$ έως την στιγμή $t_2=0{,}5s$.

iv) Να γίνει η γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο και να υπολογισθεί ο ρυθμός μεταβολής της (της δυναμικής ενέργειας) την στιγμή t_2.

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

39) Το δοκάρι φτάνει σε τραχύ έδαφος

Ένα ομογενές δοκάρι μήκους l=4m κινείται, όπως στο σχήμα, σε λείο οριζόντιο επίπεδο Α με σταθερή ταχύτητα υ_o. Σε μια στιγμή (έστω t=0) το άκρο Κ του δοκαριού, εισέρχεται σε οριζόντιο επίπεδο Β, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,1. Το αποτέλεσμα είναι το δοκάρι να επιβραδύνεται και να σταματά την στιγμή που ολοκληρώνεται η είσοδός του στο επίπεδο Β.

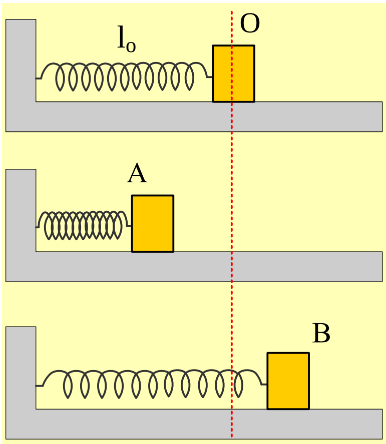


i) Να υπολογιστεί η αρχική ταχύτητα υ_o του δοκαριού καθώς και το χρονικό διάστημα που διαρκεί η είσοδός του στο επίπεδο Β.

ii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα το δοκάρι κινείται με ταχύτητα $υ_1$=1m/s, στο επίπεδο Α. Να βρεθεί το μήκος l_1 του δοκαριού, που μπαίνει στο επίπεδο Β. Πόσο χρόνο επιβραδύνεται τώρα το δοκάρι;

Δίνεται g=10m/s^2.

40) *Κίνηση στο άκρο ελατηρίου και μια κρούση*



Ένα σώμα Σ μάζας m=0,2kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=20N/m, το οποίο έχει το φυσικό μήκος του (θέση Ο). Εκτρέπουμε το σώμα προς τα αριστερά, συμπιέζοντας το ελατήριο κατά d_1=0,4m, φέρνοντάς το στην θέση Α και το αφήνουμε να κινηθεί. Παρατηρούμε ότι το σώμα κινείται προς τα δεξιά και φτάνει μέχρι την θέση Β, όπου η απόσταση (ΟΒ)=d_2=0,3m. Στην θέση Β μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητα του σώματος.

i) Να αποδείξετε ότι το επίπεδο δεν είναι λείο και να υπολογίσετε την τριβή ολίσθησης που ασκείται στο σώμα.

ii) Να κάνετε την γραφική παράσταση της επιτάχυνσης του σώματος, σε συνάρτηση με την μετατόπιση του σώματος, στην διάρκεια της παραπάνω κίνησης, θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική.

iii) Ποια είναι η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά το σώμα στη διάρκεια της παραπάνω κίνησης;

iv) Τη στιγμή που το σώμα φτάνει στην θέση Β, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερο σώμα Σ΄ μάζας 0,5kg, το οποίο κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου u=2,8m/s. Να υπολογιστεί η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος Σ, την στιγμή που φτάνει ξανά στην θέση Α.

dmargaris@gmail.com