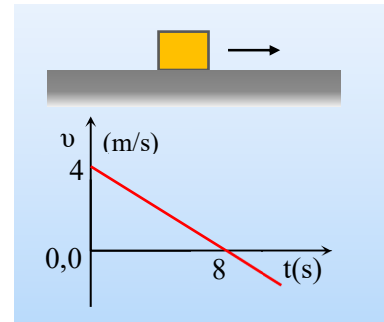


Ευρήματα από ένα διάγραμμα ταχύτητας

Ένα σώμα κινείται σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο και στο σχήμα δίνεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο.



- i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος.
- ii) Να βρείτε την μετατόπιση του σώματος τη στιγμή t_1 που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος:
 - α) με την βοήθεια του διαγράμματος.
 - β) με χρήση εξισώσεων.
- iii) Αν το σώμα έχει μάζα $m=0,8\text{kg}$, να υπολογιστούν:
 - α) Η οριζόντια δύναμη F που επιταχύνει το σώμα.
 - β) Η ταχύτητα και η μετατόπιση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2=10\text{s}$.
 - γ) Το έργο της δύναμης F από $0-t_2$. Ο υπολογισμός να γίνει:
 - γ₁) με χρήση του θεωρήματος μεταβολής της κινητικής ενέργειας.
 - γ₂) Χωρίς τη χρήση του παραπάνω θεωρήματος.

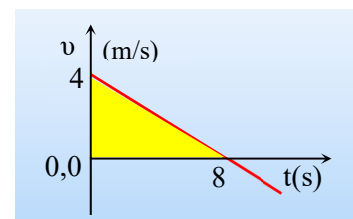
Απάντηση:

- i) Αφού η γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, είναι ευθεία, η κλίση της είναι σταθερή, συνεπώς το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση, οπότε κάθε στιγμή θα είναι ίση και με την μέση επιτάχυνση. Ας την υπολογίσουμε για το διάστημα από $0-t_1$:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{0 - 4}{8 - 0} \text{ m/s}^2 = -0,5 \text{ m/s}^2.$$

- ii) Η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται (στιγμιαία) τη χρονική στιγμή $t_1=8\text{s}$.

- α) Στο διάγραμμα της ταχύτητας, το εμβαδόν του τριγώνου, που στο διπλανό σχήμα έχει κίτρινο χρώμα, είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση του σώματος, σε αυτό το χρονικό διάστημα:



$$\Delta x = x_1 = \frac{1}{2} \beta v = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 \text{ m} = 16 \text{ m}$$

- β) Στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση ισχύουν οι εξισώσεις:

$$v = v_0 + at \quad (1) \quad \Delta x = x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας στην (2) υπολογίζουμε την μετατόπιση τη στιγμή t_1 :

$$x_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} at_1^2 = 4 \cdot 8 \text{ m} + \frac{1}{2} (-0,5) \cdot 8^2 \text{ m} = 16 \text{ m}$$

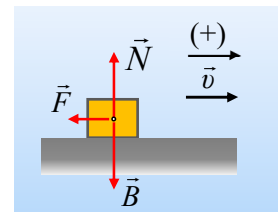
- iii) Στο παρακάτω σχήμα, έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, όπου η κάθετη αντίδραση

Ν εξουδετερώνει το βάρος, οπότε το σώμα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση.

α) Από τον θεμελιώδη νόμο της δυναμικής για το σώμα παίρνουμε:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \rightarrow F = ma = 0,8 \cdot (-0,5) \text{ N} = -0,4 \text{ N}$$

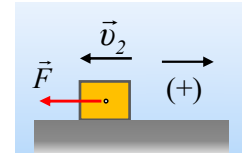
Όπου παίρνοντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, το σώμα έχει θετική αρχική ταχύτητα, αλλά αρνητική επιτάχυνση (προς τα αριστερά), αλλά και η ασκούμενη δύναμη F, προκύπτει αρνητική, δηλαδή έχει και αυτή αντίθετη κατεύθυνση.



β) Με αντικατάσταση στις εξισώσεις (1) και (2) βρίσκουμε για τη στιγμή $t_2=10\text{s}$:

$$v_2 = v_0 + at_2 = 4 \text{ m/s} + (-0,5) \cdot 10 \text{ m/s} = -1 \text{ m/s}$$

$$x_2 = v_0 t_2 + \frac{1}{2} at_2^2 = 4 \cdot 10 \text{ m} + \frac{1}{2} (-0,5) \cdot 10^2 \text{ m} = 15 \text{ m}$$



Η αρνητική τιμή της ταχύτητας σημαίνει ότι το σώμα κινείται τώρα προς τα αριστερά, όπως στο σχήμα.

γ) Εφαρμόζουμε για το σώμα το Θ.Μ.Κ.Ε. από την αρχική θέση με $x_0=0$, μέχρι τη θέση x_2 , λαμβάνοντας υπόψη ότι το βάρος και η κάθετη αντίδραση δεν παράγουν έργο αφού είναι δυνάμεις κάθετες στην μετατόπιση:

$$K_2 - K_0 = W_F + W_B + W_N \xrightarrow{W_B=W_N=0}$$

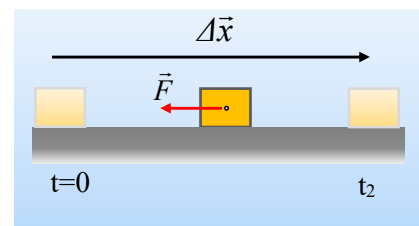
$$W_F = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} 0,8 \cdot 1^2 \text{ J} - \frac{1}{2} 0,8 \cdot 4^2 \text{ J} = -6 \text{ J}$$

Θα μπορούσαμε όμως να υπολογίσουμε απλούστερα το έργο από τον ορισμό του έργου:

$$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$$

Προσοχή στην εξίσωση αυτή! F είναι το μέτρο της δύναμης, Δx το μέτρο της αντίστοιχης μετατόπισης και α η γωνία μεταξύ των δύο διανυσμάτων και $\vec{F}$ και $\Delta \vec{x}$. Αλλά με βάση το διπλανό σχήμα, η γωνία μεταξύ των δύο αυτών διανυσμάτων είναι $\alpha=180^\circ$. Άρα:

$$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 0,4 \cdot 15 \cdot (-1) \text{ J} = -6 \text{ J}$$



dmargaris@gmail.com