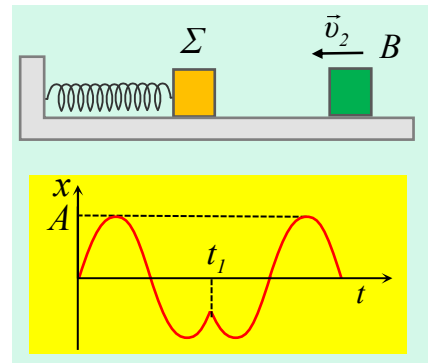


Ταλάντωση και κρούση

Ένα σώμα Σ μάζας m , ταλαντώνεται στο άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου, πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο, με πλάτος A . Κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου κινείται ένα δεύτερο σώμα B , της ίδιας μάζας m με ταχύτητα $\vec{v}_2$, όπως στο σχήμα και σε μια στιγμή t_1 τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνεται στο διάγραμμα.



- i) Αν v_0 το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος Σ , για την ταλάντωσή του πριν την κρούση και v_2 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος B , ισχύει:

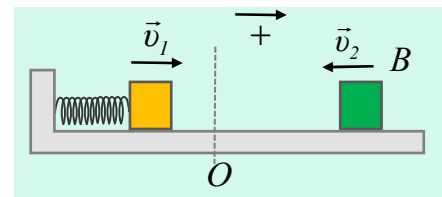
$$\alpha) v_2 < v_0, \quad \beta) v_2 = v_0, \quad \gamma) v_2 > v_0.$$

- ii) Αν τα δυο σώματα δεν είχαν ίσες μάζες, αλλά το Σ είχε τριπλάσια μάζα από το σώμα B , ενώ είχαν πριν την κρούση τις ταχύτητες του προηγούμενου ερωτήματος, να χαράξετε ένα ποιοτικό διάγραμμα, αντίστοιχο με το παραπάνω, για την απομάκρυνση του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

- i) Το σώμα Σ πριν την κρούση βρίσκεται σε αρνητική απομάκρυνση $-x_1$ επιστρέφοντας προς την θέση ισορροπίας του O , όπως στο σχήμα. Το Σ ελάχιστα πριν την κρούση έχει ταχύτητα προς τα δεξιά μέτρου v_1 , προφανώς μικρότερη από την μέγιστη ταχύτητα



που θα αποκτήσει μόλις φτάσει στη θέση ισορροπίας του O . Αφού τα δυο σώματα έχουν ίσες μάζες, κατά την κρούση θα ανταλλάξουν ταχύτητες, οπότε μετά την κρούση το Σ θα αποκτήσει ταχύτητα μέτρου v_2 με φορά προς τα αριστερά. Εφαρμόζοντας την διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση του σώματος Σ , πριν την κρούση και μετά την κρούση, θα έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{πριν:} \quad & \frac{1}{2}kA_1^2 = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 \\ \text{μετά:} \quad & \frac{1}{2}kA_2^2 = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \end{aligned}$$

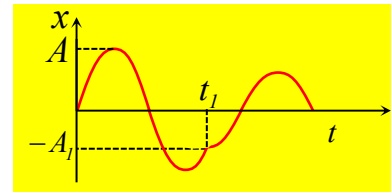
Αλλά με βάση το διάγραμμα το πλάτος ταλάντωσης μετά την κρούση είναι ίσο με το αρχικό πλάτος, συνεπώς οι δυο ταχύτητες έχουν ίσα μέτρα $v_1=v_2$. Αφού όμως $v_1 < v_0$ θα έχουμε και $v_2 < v_0$.

Σωστό το α)

- ii) Παραπάνω βρήκαμε ότι την στιγμή της κρούσης τα δυο σώματα είχαν ίσες κατά μέτρο ταχύτητες. Αλλά τότε το Σ μετά την κεντρική και ελαστική τους κρούση θα έχει ταχύτητα:

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 = \frac{2m_2}{4m_2} v_1 + \frac{2m_2}{4m_2} (-v_1) = 0$$

Δηλαδή μετά την κρούση το σώμα Σ θα έχει μηδενική ταχύτητα, θα ξεκινήσει δηλαδή μια νέα ταλάντωση, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας Ο, με την ίδια περίοδο αλλά ξεκινώντας από θέση πλάτος $A_1 = |x_1|$, οπότε η γραφική παράσταση θα έχει την μορφή, του διπλανού σχήματος.

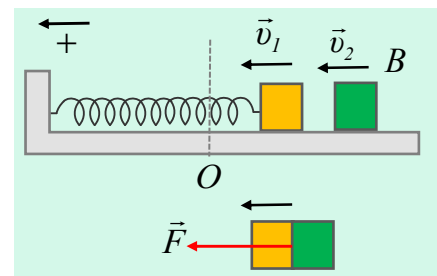


Σχόλιο:

Κύριε, κύριε γιατί πήρατε την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική; Δεν το δίνει η εκφώνηση και δεν είναι δεδομένο αυτό! Δεν θα μπορούσαμε να πάρουμε ως θετική την κατεύθυνση προς τα αριστερά;

Η απάντηση είναι ότι «δόθηκε» η θετική κατεύθυνση έμμεσα μέσω του διαγράμματος x-t. Ας το δούμε.

Έστω ότι η προς τα αριστερά κατεύθυνση είναι η θετική. Τότε η κρούση έγινε σε ένα σημείο δεξιά του Ο, όπως στο σχήμα, όπου το Σ κινείται πλέον προς τα αριστερά (πλησιάζει την θέση ισορροπίας του με βάση το διάγραμμα που μας δόθηκε). Τότε όμως το Σ και μετά την κρούση



θα έχει ταχύτητα προς την θέση ισορροπίας, αφού στη διάρκεια της κρούσης δέχτηκε από το σώμα Β δύναμη κρούσης, προς τα αριστερά, όπως στο σχήμα. Αλλά τότε δεν θα επέστρεφε άμεσα σε θέση πλάτους, όπως δείχνει το διάγραμμα που δόθηκε, αλλά αφού προηγουμένα έφτανε σε μέγιστη θετική απομάκρυνση με νέο πλάτος μεγαλύτερο από Α (το Σ θα αύξανε την ταχύτητά του και άρα το πλάτος ταλάντωσής του...)

dmargaris@gmail.com