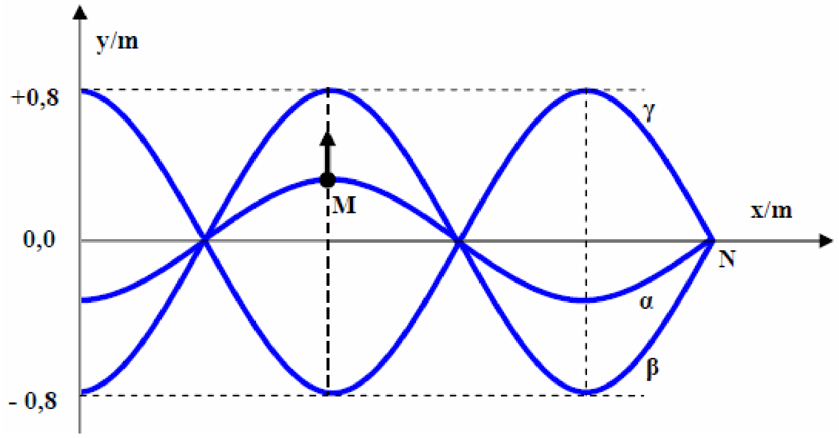
Στιγμιότυπα στάσιμου κατά σειρά εμφάνισης



Σε μια ελαστική χορδή μεγάλου μήκους, έχει διαμορφωθεί στάσιμο κύμα της μορφής

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi\chi}{\lambda}\right)\eta\mu(\omega t),\ \ \mu\varepsilon\ A = 0{,}4\ m.$$

Στο σχήμα φαίνονται τρία στιγμιότυπα α, β, γ κατά τη σειρά που εμφανίζονται, στην περιοχή από x = 0 μέχρι x_N = +0,8 m. Τα στιγμιότυπα αυτά, αντιστοιχούν στις χρονικές στιγμές t_α , t_β, t_γ , με $t_\beta - t_\alpha = T/6$ όπου Τ, η περίοδος των ταλαντώσεων, ενώ κατά την απ' ευθείας μετάβαση από το στιγμιότυπο β στο στιγμιότυπο γ , είναι $t_\gamma - t_\beta$ = 12,5 ms.

Να υπολογίσετε:

i) Την ταχύτητα διάδοσης των τρεχόντων κυμάτων από τα οποία προέκυψε το στάσιμο.

ii) Την ταχύτητα στο σημείο Μ την χρονική στιγμή t_α.

iii) Σε πόσο χρόνο μετά την χρονική στιγμή t_α , η ταχύτητα στο Μ θα μηδενιστεί στιγμιαία για δεύτερη φορά.

iv) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος στην ίδια περιοχή μ' αυτή του σχήματος, τη χρονική στιγμή που υλικό σημείο στο Μ θα περνά από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή t_α . Στο στιγμιότυπο αυτό, να δείξετε και τη φορά της ταχύτητας του Μ.

Απάντηση

i) Η ταχύτητα του κύματος είναι $\upsilon = \dfrac{\lambda}{T}$ (1).

Από το σχήμα φαίνεται ότι :

Ι . $\chi_N = \dfrac{5\lambda}{4}$ ή $\lambda = \dfrac{4\chi_N}{5}$ ή λ = 0,64 m (2) και

ΙΙ. τα στιγμιότυπα β και γ αντιστοιχούν σε ακραίες θέσεις, άρα $t_\gamma - t_\beta = \dfrac{T}{2}$ ή Τ = 25 ms ή

$$T = 25\cdot10^{-3}\ s\ \ (3).$$

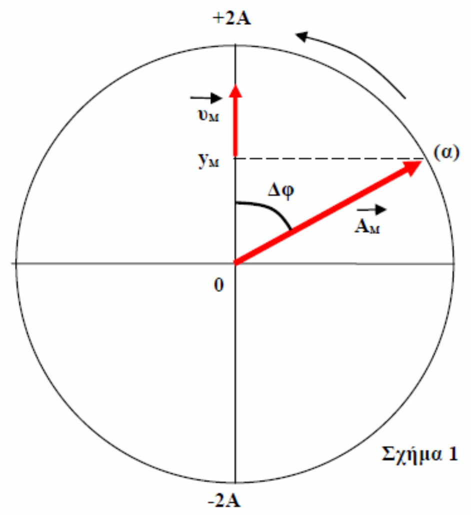
Από (1) , (2) , (3) προκύπτει υ = 25,6 m/s

ii) Το σημείο Μ βρίσκεται σε κοιλία και τη χρονική στιγμή t_α κατευθύνεται προς τη θέση πλάτους A_M =+2A στην οποία φτάνει μετά από χρόνο $\Delta t = t_\beta - t_\alpha = T/6$. Έτσι τη χρονική στιγμή ή t_α το στρεφόμενο διάνυσμα $\vec{A}_M$ που αντιστοιχεί στο πλάτος της ταλάντωσης του Μ, θα είναι στη θέση (α) του βοηθητικού κύκλου όπως φαίνεται στο σχήμα 1.

Από το ίδιο σχήμα προκύπτει ότι, η απομάκρυνση του Μ τη χρονική στιγμή t_α είναι $y_M = +2A\text{συν}(\Delta\varphi) = +2A\text{συν}(\omega\Delta t)$ ή

$$y_M = +2A\text{συν}(\omega T/6) \text{ ή}$$

$$y_M = +2A\text{συν}(\pi/3) = +A \ (4).$$



Σχήμα 1

Με βάση την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση στο Μ έχουμε ότι:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_M^2 + \frac{1}{2}m\omega^2 y_M^2 = \frac{1}{2}m\omega^2(2A)^2 \text{ ή}$$

$$\upsilon_M = \pm\omega\sqrt{(2A)^2 - y_M^2} \quad \text{και με βάση την (4)}$$

$$\upsilon_M = \upsilon_M = \pm\omega\sqrt{(2A)^2 - A^2} = \pm\frac{2\pi}{T}A\sqrt{3}$$

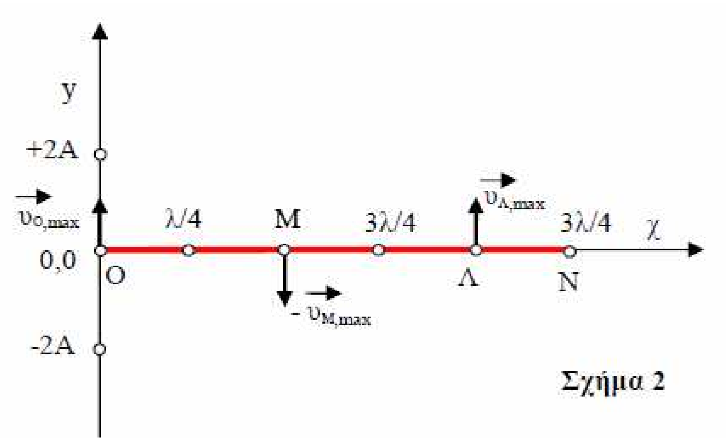
και με βάση την (3) και τα δεδομένα $\upsilon_M = \pm 32\pi\sqrt{3}\ m/s$

iii) Η ταχύτητα στο Μ θα μηδενιστεί στιγμιαία για δεύτερη φορά μετά την χρονική στιγμή t_α στο στιγμιότυπο γ δηλαδή τη χρονική στιγμή $t_\gamma = t_\beta + 12{,}5$ ms , και με βάση την (3) $t_\gamma = t_\beta + \frac{T}{2}$. Αλλά

$t_\beta = t_\alpha + \frac{T}{6}$ άρα $t_\gamma = t_\alpha + \frac{T}{6} + \frac{T}{2}$ ή $t_\gamma - t_\alpha = \frac{2T}{3}$

και με βάση την (3) $t_\gamma - t_\alpha = \frac{50}{3}$ ms.

iv) Το στιγμιότυπο θα αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή $t_1 = t_\beta + T/4$ και το σημείο Μ θα περνά από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο κατά την αρνητική φορά. Κατά συνέπεια θα έχουμε την εικόνα του σχήματος 2 .



Σχήμα 2

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια

Μανώλης Δρακάκης