

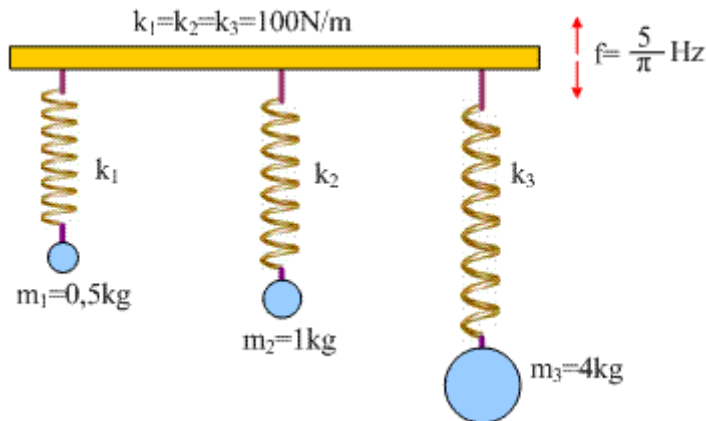


Εξαναγκασμένη ταλάντωση

Δημοσιεύτηκε από το χρήστη [Διονύσης Μάργαρης](#) στις 24 Οκτώβριος 2009 στις 11:

Με αφορμή ένα ερώτημα που περιέχει το [ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ 3ωρο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΙΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ](#) του φίλου [Χρήστου Ελευθερίου](#).

Η παρακάτω οριζόντια αβαρής σανίδα πρόκειται να εκτελέσει εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα $5/\pi$ Hz.



Το σώμα μάζας 4kg εκτελεί ταλάντωση πλάτους 0,1m. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσής του έχει μέτρο:

- α) 0,5m/s
- β) 1m/s
- γ) άλλη τιμή.

Απαντήσεις σε αυτή τη συζήτηση



Απάντηση από τον/την [Ιρις Ιωάννου](#) στις 25 Οκτώβριος 2009 στις 22:12

Θα ήθελα να θέσω έναν προβληματισμό μου πάνω στο τρίτο ερώτημα του δευτέρου θέματος του διαγωνίσματος των ταλαντώσεων, που μας πρόσφερε ο συνάδελφος Χρήστος Ελευθερίου:

Η συνέχεια στο επισυναπτόμενο...

Συνημμένα:



[ταλάντωση.doc](#), 23 KB [Διαγραφή](#)



Απάντηση από τον/την [Διονύσης Μάργαρης](#) στις 25 Οκτώβριος 2009 στις 23:12

Γεια σου Ίριδα.

Νομίζω ότι η σκέψη σου είναι πολύ σωστή.

Πράγματι το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης εξαρτάται ΚΑΙ από την μάζα του συντονιστή.

Ανεβάζω και ένα αρχείο i.p. για όποιον θέλει να πειραματιστεί με την ταλάντωση των 3 σφαιρών.

Νάσαι καλά Χρήστο.

Με το ερώτημα που έβαλες στο διαγώνισμα, μας δημιούργησες παραγωγικούς προβληματισμούς.

Τρις Ιωάννου είπε:

Θα ήθελα να θέσω έναν προβληματισμό μου πάνω στο τρίτο ερώτημα του δευτέρου θέματος του διαγωνίσματος των ταλαντώσεων, που μας πρόσφερε ο συνάδελφος Χρήστος Ελευθερίου:

Η συνέχεια στο επισυναπτόμενο...

Συνημμένα:

 [Ταλάντωση 3 σφαιρών..IP](#), 516 KB [Διαγραφή](#)



Απάντηση από τον/την [Τριανταφυλλίδης Αστέριος](#) στις 25 Οκτώβριος 2009 στις 23:52

Γεια σου Τρις

Με αφορμή τον προβληματισμό σου στο τρίτο ερώτημα του διαγωνίσματος του Χρήστου, ένας παρόμοιος προβληματισμός μου είχε δημιουργηθεί και παραμένει ακόμη στο 2ο θέμα (το γράφω παρακάτω):

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2003

"Θέμα 2ο

2.2 Ένα σώμα μάζας m είναι προσδεμένο σε ελατήριο σταθεράς K και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Η συχνότητα του διεγέρτη είναι $f = f_0$, όπου f_0 η ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Αν τετραπλασιάσουμε τη μάζα m του σώματος, ενώ η συχνότητα του διεγέρτη παραμένει σταθερή, τότε:

2.2.A Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος

α. γίνεται $f_0/2$.

β. γίνεται $2 f_0$

γ. παραμένει σταθερή

2.2.B Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας στο 2.2.A .

2.2. Γ Το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος

α. αυξάνεται.

β. ελαττώνεται.

γ. παραμένει σταθερό.

2.2.Δ Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας στο 2.2.Γ."

Αλήθεια συνάδελφοι πώς δικαιολογούμε την απάντησή μας στο 2.2.Δ;



Απάντηση από τον/την [Παπασγουρίδης Θεόδωρος](#) στις 26 Οκτώβριος 2009 στις 2:54

Είναι αργά, είμαι και συγχυσμένος....

Δε νομίζω ότι αυτό το παράδειγμα ταυτίζεται με την ερώτηση της Τρις (ή Τριδος;). Εδώ γνωρίζουμε το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης $A=0,1m$, γνωρίζουμε και τη συχνότητα του διεγέρτη άρα τη συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης $f=5/\pi$ Hz, οπότε η μέγιστη ταχύτητα είναι $v(max)=2\pi fA=1$ m/s.

Αν δεν κάνω κάπου λάθος τα πράγματα είναι απλά.

Στην ερώτηση όμως του Χρήστου δεν είναι έτσι. Το ότι το B (δε θυμάμαι) είναι σε συντονισμό άρα ταλαντώνεται με το "δικό του" μέγιστο πλάτος δεν εξασφαλίζει ότι αυτό είναι κατ' ανάγκη

μεγαλύτερο από το πλάτος των άλλων που δεν είναι σε συντονισμό. Συμφωνώ με την Ίρις (ή Τριδα;; σε παρακαλώ βοήθησέ με...).

Εγώ θέτω το εξής ερώτημα: Αν η συχνότητα του διεγέρτη γίνει $5/2\pi$ Hz οπότε το m3 βρεθεί σε συντονισμό θα ταλαντώνεται με μεγαλύτερη μέγιστη ταχύτητα από τώρα; Το πλάτος θα αυξηθεί σίγουρα, αλλά η συχνότητα υποδιπλασιάζεται, το γινόμενο τι κάνει;;; Η καμπύλη A-f είναι ασύμμετρη ως προς την f_0 ή πιο σωστά την f_D (συχνότητα συντονισμού) οπότε βγαίνει συμπέρασμα;

Βέβαια θα πείτε, υπάρχει και η καμπύλη $v(\max)$ -f όπου φαίνεται ξεκάθαρα ότι στο συντονισμό έχουμε τη μέγιστη $v(\max)$ για το σύστημα. Αυτή όμως τη διδάσκουμε; Μάλλον όχι. Τώρα που μας κατήργησαν τα εναλλασσόμενα κοντεύουμε να τα ξεχάσουμε.....

Αστέριε ΣΥΜΦΩΝΟΥΜΕ (σπάνιο;). Το ότι υποδιπλασιάζεται η ιδιοσυχνότητα και καταργείται ο συντονισμός δεν αποτελεί ικανή πληροφορία για σύγκριση πλατών σε διαφορετικά συστήματα....

Ελπίζω την άλλη Κυριακή να μην είναι άρρωστη η κόρη μου, να μπορώ να την πάω βόλτα και το βράδυ να παίζει η ΑΕΚ στην Αθήνα να πάω γήπεδο, γιατί αυτή την Κυριακή που κάθισα πολλές ώρες στο pc δε βγήκε σε καλό.....



Απάντηση από τον/την [Stergios Nastopoulos](#) στις 26 Οκτώβριος 2009 στις 10:26
Αν επιλύσουμε τη Δ.Ε. της εξαναγκασμένης ταλάντωσης προκύπτει ότι το πλάτος είναι

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{b\omega}{m}\right)^2}}$$

Αυτή είναι η περίφημη καμπύλη συντονισμού. F_0 = η μέγιστη διεγείρουσα δύναμη κατ' απόλυτη τιμή.

Από δω φαίνεται ότι όντως η μάζα έχει ρόλο στη μορφή της καμπύλης.

Δείτε και την προσομοίωση: <http://www.walter-fendt.de/ph14e/resonance.htm>

Από δω μπορεί να καταλάβει κανένας ότι αυξάνοντας τη μάζα για δεδομένη συχνότητα διεγέρτη και σταθ. απόσβεσης μειώνεται το μέγιστο πλάτος, δηλ. η μάζα που υπάρχει στον αριθμητή της συνάρτησης παίζει μεγάλο ρόλο στο πλάτος.

Ελπίζω να συνεισεφερα. Εκείνο που θα προσπαθήσω να δω και το ψάχνω ακόμα, είναι να βρω αν υπάρχει μια συνθήκη για τη μάζα που να οδηγεί σε μεγαλύτερο πλάτος από εκείνο του συντονισμού. Νομίζω όμως ότι δεν υπάρχει. Θα το ψάξω κι άλλο.



Απάντηση από τον/την [Διονύσης Μάργαρης](#) στις 26 Οκτώβριος 2009 στις 22:09
Για τον Στέργιο.

Συμφωνώ Στέργιο με το συμπέρασμά σου. Το ίδιο μπορεί να επιβεβαιωθεί και με το αρχείο i.p. που έχω αναρτήσει λίγο πιο πάνω.

Για τον Θεόδωρη:

Η απάντησή σου στο αρχικό ερώτημα που τέθηκε από μένα, είναι σωστή. Γιατί την έθεσα; Επειδή υπάρχει ο κίνδυνος κάποιος να δουλέψει με ενέργειες και πρέπει να είμαστε προσεκτικοί

στην εξαναγκασμένη ταλάντωση. Υπενθυμίζω τις περσινές αναρτήσεις πάνω στο θέμα μας.

Για τον Αστέριο (αλλά και τον Θοδωρή)

Έχετε δίκιο ότι το θέμα των εξετάσεων δεν επιδέχεται στην πραγματικότητα απάντηση, με βάση την θεωρία του βιβλίου, αλλά και την τοποθέτηση της φίλης Ίριδας.

Βέβαια η απάντηση που ζητήθηκε (και που μεταξύ μας έδωσε ο μέσος μαθητής) ήταν σωστή, με βάση και την τοποθέτηση του Στέργιου.



Απάντηση από τον/την [Καραβασίλης Γιώργος](#) στις 27 Οκτώβριος 2009 στις 2:18

Επειδή η ασκηση είναι "έξυπνη" μήπως θα μπορούσε να σωθεί αν οι μάζες ήταν ίδιες και άλλαζαν οι σταθερές των ελατηρίων;

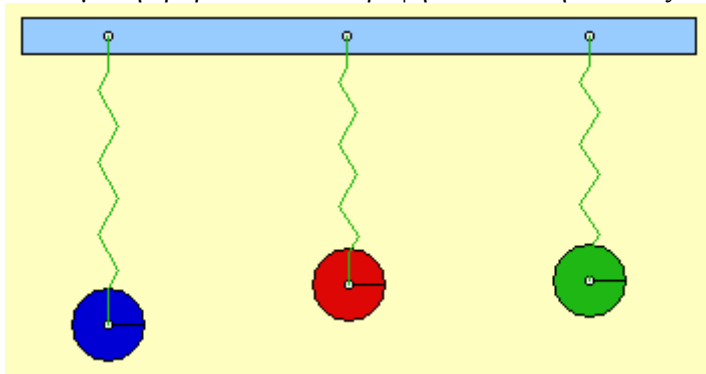


Απάντηση από τον/την [Διονύσης Μάργαρης](#) στις 27 Οκτώβριος 2009 στις 19:02

Για τον Γιώργο Καραβασίλη (και όχι μόνο).

Έστω ότι τρεις όμοιες σφαίρες μάζας 1 kg ηρεμούν στα άκρα τριών ελατηρίων με σταθερές $k_1=40\text{ N/m}$, $k_2=160\text{ N/m}$ και $k_3=360\text{ N/m}$, τα οποία είναι δεμένα σε οριζόντια ράβδο.

Θέτουμε την ράβδο σε κατακόρυφη ταλάντωση πλάτους $A=0,3\text{ m}$.



i) Ποιες οι ιδιοσυχνότητες των τριών σφαιρών;

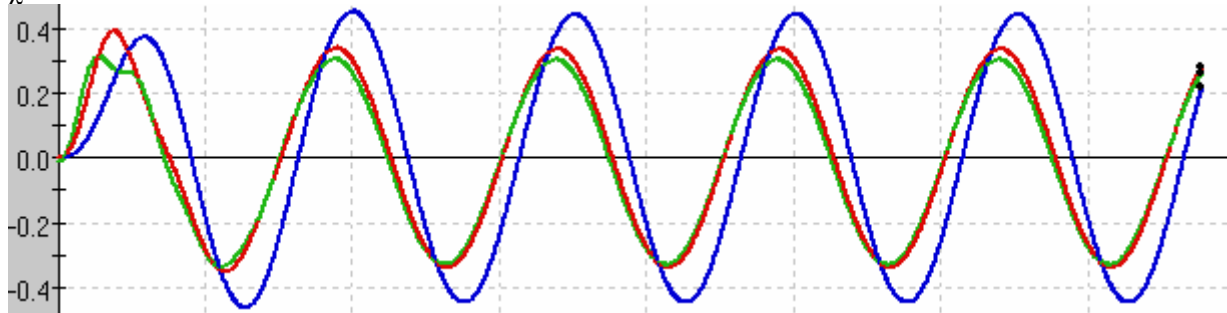
ii) Αν η συχνότητα ταλάντωσης της ράβδου, πάρει τις παραπάνω τιμές, τι συμβαίνει με τα πλάτη ταλάντωσης των σφαιρών.

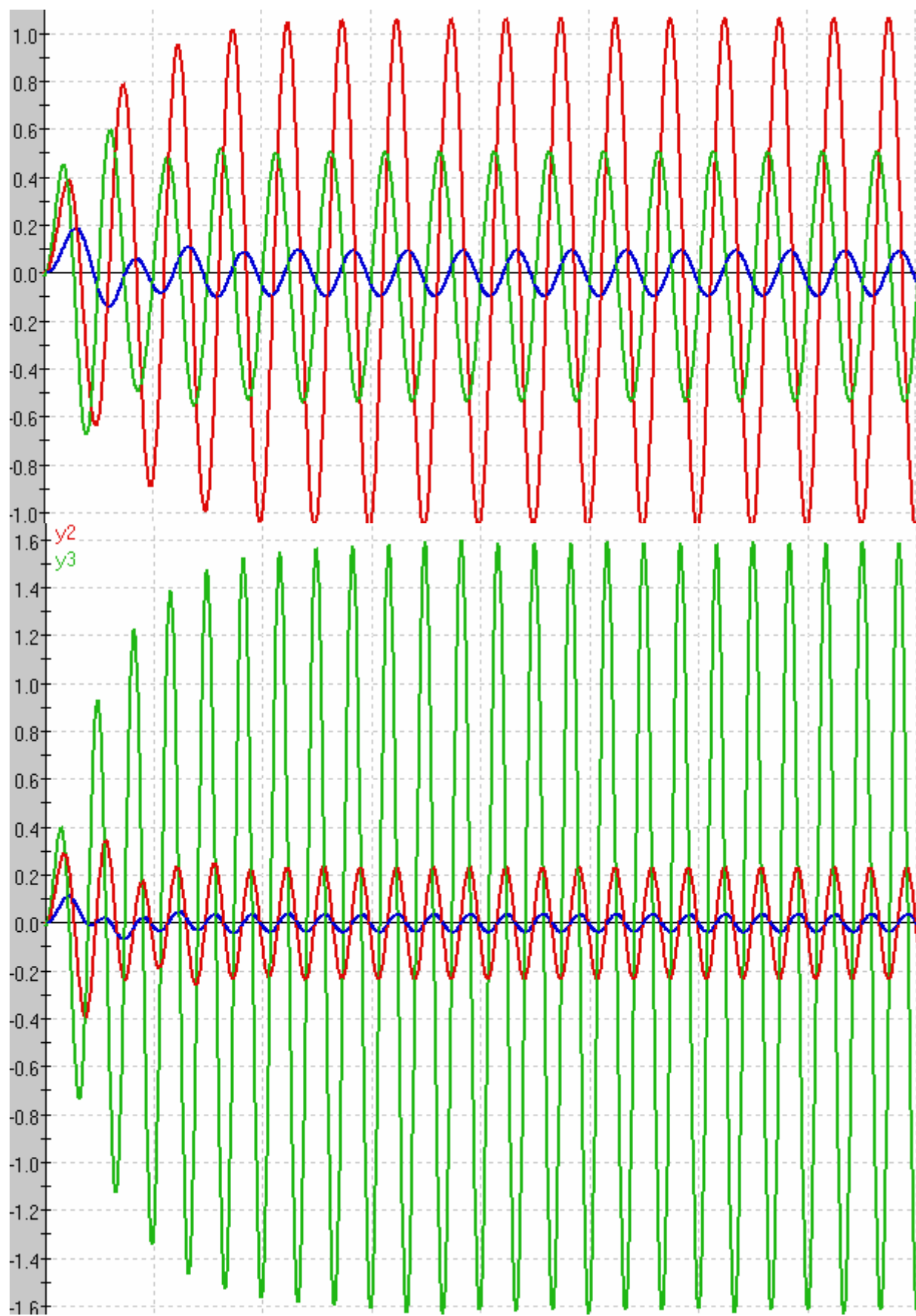
Οι ιδιοσυχνότητες των 3 σφαιρών είναι 1 Hz , 2 Hz και 3 Hz αντίστοιχα.

Η κάθε σφαίρα αποκτά διαφορετικό μέγιστο πλάτος όταν συντονίζεται. (Δείτε και την απάντηση του Στέργιου Ναστόπουλου παραπάνω)

Η πρώτη αποκτά πλάτος περίπου $0,53\text{ m}$, η δεύτερη περίπου $1,05\text{ m}$, ενώ η τρίτη $1,6\text{ m}$.

Δείτε τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις για συχνότητες διεγέρτη 1 Hz , 2 Hz και 3 Hz αντίστοιχα.





Μπορείτε και να δοκιμάστε διάφορες συχνότητες με το παρακάτω αρχείο i.p.

Συνημμένα:

 [Ταλάντωση 3 σφαιρών,ίδιας μάζας..IP](#), 10 KB [Διαγραφή](#)



Απάντηση από τον/την [Καραβασίλης Γιώργος](#) στις 27 Οκτώβριος 2009 στις 21:21
Εδώ φαίνεται ότι το συντονιζόμενο σώμα έχει κάθε φορά το μεγαλύτερο πλάτος και άρα η άσκηση του συναδέλφου Χρήστου Ελευθερίου σώζεται. Τουλάχιστον για τις συγκεκριμένες τιμές.

Έχω τη διαίσθηση ότι και για μικρότερες τιμές του k θα συμβαίνει το ίδιο αφού για το συντονιζόμενο το $A_{\max}$ θα μικραίνει αλλά επίσης θα μικραίνουν τα A για τα άλλα ελατήρια αφού θα απομακρύνονται από τη συχνότητα συντονισμού τους.



Απάντηση από τον/την [Καραβασίλης Γιώργος](#) στις 27 Οκτώβριος 2009 στις 22:22
Καραβασίλης Γιώργος είπε:

Εδώ φαίνεται ότι το συντονιζόμενο σώμα έχει κάθε φορά το μεγαλύτερο πλάτος και άρα η άσκηση του συναδέλφου Χρήστου Ελευθερίου σώζεται. Τουλάχιστον για τις συγκεκριμένες τιμές.

Έχω τη διαίσθηση ότι και για μικρότερες τιμές του k θα συμβαίνει το ίδιο αφού για το συντονιζόμενο το $A_{\max}$ θα μικραίνει αλλά επίσης θα μικραίνουν τα A για τα άλλα ελατήρια αφού θα απομακρύνονται από τη συχνότητα συντονισμού τους.

Στην εξίσωση του Στέργιου αντι F/m βάλτε $A(\text{ράβδου}) \cdot \omega^2$ (στο μοντέλο του Διονύση την εξαναγκασμένη δεν την προκαλεί δύναμη άλλα η ταλάντωση της ράβδου) τότε

$$A_{\max} \sim \sqrt{k} \quad dA_{\max}/dk \sim 1/\sqrt{k}$$

Με την προσέγγιση $\omega \rightarrow 0$ (το k μικραίνει) $b\omega/m = 0$

$$A \sim 1/k \quad dA/dk \sim 1/k^2$$

και άρα καθώς μικραίνει το k (και η συχνότητα της ράβδου ώστε το σώμα με το μικροτερο k να συντονίζεται) το A των μη συντονιζόμενων ταλαντώσεων ελαττώνεται πιο γρήγορα από το $A_{\max}$ της συντονισμένης.

Πολύ πρόχειροι οι συλλογισμοί μου αλλά μπορούν να δοκιμασθούν φαντάζομαι στο ip.

(Δεν ξέρω πως και που τρέχει αυτό το αρχείο)