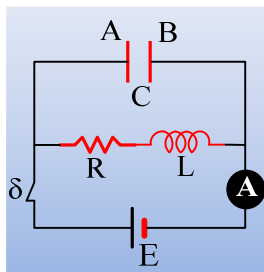


Μια Φθίνουσα Ηλεκτρική Ταλάντωση.

Δίνεται το κύκλωμα, όπου το αμπερόμετρο δείχνει σταθερή ένδειξη $I=10\text{A}$, ενώ ο αντιστάτης έχει αντίσταση $R=5\Omega$. Το πηνίο είναι ιδανικό με αυτεπαγωγή $L=2\text{mH}$, ενώ ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα $C=20\mu\text{F}$. Σε μια στιγμή την οποία θεωρούμε $t=0$, ανοίγουμε το διακόπτη δ .



A) Για αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη, να βρεθούν:

- i) Η ενέργεια ταλάντωσης.
- ii) Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο.

B) Μετά από λίγο, τη χρονική στιγμή t_1 το φορτίο του πυκνωτή (του οπλισμού αναφοράς μας A) είναι $q_1=0,5\text{mC}$, ενώ η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα $i_1=-2\text{A}$. Για τη στιγμή αυτή ζητούνται:

- iii) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
- iv) Οι ρυθμοί μεταβολής της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή και της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

Γ) Μια άλλη χρονική στιγμή t_2 το φορτίο του πυκνωτή είναι μηδενικό, ενώ η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα έχει αντίθετη φορά και τιμή $|i_2|=4,6\text{A}$. Να βρεθούν για τη στιγμή αυτή:

- v) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
- vi) Οι ρυθμοί μεταβολής της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή και της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

Δ) Κάποια στιγμή t_3 ο πυκνωτής έχει φορτίο $q_3=-0,4\text{mC}$ ενώ η ένταση του ρεύματος είναι $i_3=-2\text{A}$.

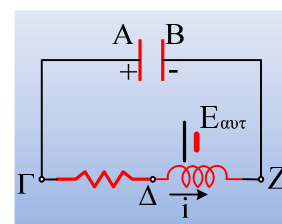
- vii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
- viii) Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή και της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

Απάντηση:

A) Τη στιγμή που ανοίγουμε το διακόπτη δ , το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα με φορά όπως στο σχήμα, ενώ ο πυκνωτής είναι φορτισμένος, με την πολικότητα που φαίνεται στο σχήμα, σε τάση $V_C=E=i\cdot R=50\text{V}$, οπότε έχει φορτίο:

$$q_0=CE=20\cdot 10^{-6}\cdot 50\text{C}=1\cdot 10^{-3}\text{C}=1\text{mC}.$$

- i) Συνεπώς η αρχική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με το άθροισμα των ενεργειών του πυκνωτή και του πηνίου:



$$E_{αρχ} = \frac{1}{2} Li^2 + \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C} = \frac{1}{2} 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2 J + \frac{1}{2} \frac{10^{-6}}{20 \cdot 10^{-6}} J = 0,1J + 0,025J = 0,125J$$

ii) Η τάση του πυκνωτή $V_c = V_{AB} = V_{\Gamma Z} = 50V$, ενώ $V_{\Gamma \Delta} = iR = 50V$, συνεπώς η τάση στα άκρα του πηνίου είναι μηδενική, $E_{av\tau} = 0$.

B) Και τη στιγμή t_1 η κατάσταση στο κύκλωμα, είναι όπως αυτή που εμφανίζεται στο παραπάνω σχήμα.

iii) Η τάση του πυκνωτή είναι $V_c = V_{AB} = V_{\Gamma Z} = \frac{q_1}{C} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-6}} V = 25V$, ενώ $V_{\Gamma \Delta} = iR = 10V$, συνεπώς η τάση στα άκρα του πηνίου $V_{\Delta Z} = E_{av\tau} = 15V$.

$$\text{Όμως } E_{av\tau} = -L \frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{E_{av\tau}}{L} = -\frac{15}{2 \cdot 10^{-3}} A/s = -7,5 \cdot 10^3 A/s$$

iv) Τη στιγμή αυτή ο πυκνωτής εκφορτίζεται παρέχοντας ενέργεια στο κύκλωμα, ενώ το πηνίο λειτουργεί σαν αποδέκτης απορροφώντας ενέργεια.

$$\frac{dU_E}{dt} = -|V_{AB}| \cdot |i_1| = -25 \cdot 2 J/s = -50 J/s$$

$$\frac{dU_B}{dt} = +|E_{av\tau}| \cdot |i_1| = +15 \cdot 2 J/s = +30 J/s$$

Γ) Τη στιγμή t_2 το ρεύμα έχει φορά προς τον οπλισμό αναφοράς μας A, συνεπώς $i_2 = +1,2 A$ και ο πυκνωτής φορτίζεται ενώ το πηνίο λειτουργεί σαν γεννήτρια παρέχοντας ενέργεια στο κύκλωμα.

v) Η τάση του πυκνωτή είναι $V_c = V_{AB} = V_{\Gamma Z} = \frac{q_2}{C} = 0$, ενώ $V_{\Delta \Gamma} = iR = 23V$,

συνεπώς $V_{\Gamma \Delta} = -23V$ και η τάση στα άκρα του πηνίου είναι:

$$V_{AB} = V_{\Gamma \Delta} + V_{\Delta Z} \text{ ή}$$

$$0 = -23V + E_{av\tau} \text{ ή}$$

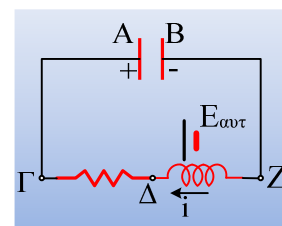
$$E_{av\tau} = 23V$$

$$\text{Όμως } E_{av\tau} = -L \frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{E_{av\tau}}{L} = -\frac{23}{2 \cdot 10^{-3}} A/s = -11,5 \cdot 10^3 A/s$$

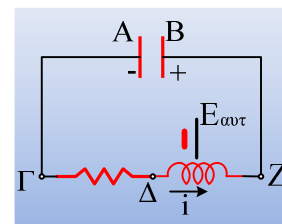
vi) Τη στιγμή αυτή ο πυκνωτής φορτίζεται παίρνοντας ενέργεια από το κύκλωμα, ενώ το πηνίο λειτουργεί σαν γεννήτρια προσφέροντας ενέργεια.

$$\frac{dU_E}{dt} = |V_{AB}| \cdot |i_1| = 0$$

$$\frac{dU_B}{dt} = -|E_{av\tau}| \cdot |i_1| = -23 \cdot 1,2 J/s = -27,6 J/s$$



Δ) Η κατάσταση τη στιγμή αυτή, είναι αυτή του διπλανού σχήματος. Ο πυκνωτής φορτίζεται παίρνοντας ενέργεια από το πηνίο.



vii) Η τάση του πυκνωτή είναι $V_{BA}=V_{ZI}=\frac{q_3}{C}=\frac{4\cdot 10^{-4}}{20\cdot 10^{-6}}V=20V$, οπότε και

$V_{AB}=-20V$, ενώ $V_{\Gamma\Delta}=iR=10V$ και η τάση στα άκρα του πηνίου είναι:

$$V_{AB}=V_{\Gamma\Delta}+V_{\Delta Z} \text{ ή}$$

$$-20V=10V+E_{\alpha\upsilon\tau} \text{ ή}$$

$$E_{\alpha\upsilon\tau}=-30V$$

$$\text{Όμως } E_{\alpha\upsilon\tau}=-L\frac{di}{dt}\rightarrow\frac{di}{dt}=-\frac{E_{\alpha\upsilon\tau}}{L}=-\frac{-30}{2\cdot 10^{-3}}A/s=15\cdot 10^3A/s$$

viii) Τη στιγμή αυτή ο πυκνωτής φορτίζεται παίρνοντας ενέργεια από το κύκλωμα, ενώ το πηνίο λειτουργεί σαν γεννήτρια προσφέροντας ενέργεια.

$$\frac{dU_E}{dt}=|V_{AB}|\cdot|i_1|=20\cdot 2J/s=40J/s$$

$$\frac{dU_B}{dt}=-|E_{\alpha\upsilon\tau}|\cdot|i_1|=-30\cdot 2J/s=-60J/s$$

Σχόλια:

Τη στιγμή t_1 πάνω στον αντιστάτη παράγεται θερμότητα λόγω φαινομένου Joule, με ρυθμό $P_Q=i_1^2R\rightarrow P_Q=i_1^2R=2^2\cdot 5W=20W$. Δηλαδή ο πυκνωτής προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα με ρυθμό 50J/s, η οποία κατά ένα μέρος (20J/s) μετατρέπεται σε θερμική στον αντιστάτη και το υπόλοιπο (30J/s) αποθηκεύεται στο πηνίο, σαν ενέργεια μαγνητικού πεδίου.

Αντίθετα τη στιγμή t_2 παράγεται στον αντιστάτη θερμική ενέργεια με ρυθμό $P_Q=i_2^2R\rightarrow P_Q=4,6^2\cdot 5J/s=105,8J/s$. Έτσι το πηνίο παρέχει ενέργεια στο κύκλωμα με ρυθμό 105,8J/s και όλη αυτή η ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική στον αντιστάτη.

Τέλος τη στιγμή t_3 , $P_Q=i_3^2R\rightarrow P_Q=2^2\cdot 5J/s=20J/s$. Έτσι το πηνίο παρέχει ενέργεια στο κύκλωμα με ρυθμό 60J/s, τα 20J/s μετατρέπονται σε θερμική ενέργεια στον αντιστάτη και τα υπόλοιπα 40J/s αποθηκεύονται στον πυκνωτή με την μορφή ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου.

dmargaris@sch.gr