Ρυθμοί μεταβολής ενέργειας σε ταλαντώσεις.

Σε μια ΑΑΤ συνηθίζουμε να λέμε ότι η μείωση της κινητικής ενέργειας είναι ίση με την αύξηση της κινητικής ενέργειας και αντίστροφα. Και αυτό προκύπτει από την διατήρηση της ενέργειας. Πράγματι σε οποιαδήποτε διάρκεια, η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας, είναι αντίθετη της μεταβολής της κινητικής ενέργειας αφού:

$$K+U=E \rightarrow \Delta K+\Delta U=0 \rightarrow \Delta K=-\Delta U$$

Οπότε και για τους ρυθμούς μεταβολής κάθε στιγμή έχουμε: $\frac{dK}{dt}+\frac{dU}{dt}=0 \rightarrow \frac{dK}{dt}=-\frac{dU}{dt}$

Δηλαδή κάθε στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι αντίθετος του ρυθμού μεταβολής της δυναμικής ενέργειας.

Ας το δούμε πιο συγκεκριμένα με ένα παράδειγμα:

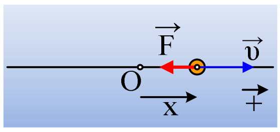
Παράδειγμα 1ο :

Ένα σώμα μάζας m=2kg εκτελεί ΑΑΤ με περίοδο 0,1π s και σε μια στιγμή βρίσκεται στη θέση x=0,2m έχοντας ταχύτητα υ= 4m/s. Ζητούνται:

i) Η δύναμη που ασκείται στο σώμα στην θέση αυτή.
ii) Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του σώματος.
iii) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος.

Απάντηση:

i) Η δύναμη που ασκείται στο σώμα, είναι η δύναμη επαναφοράς:



$$F=-Dx=-m\omega^2 x= -m\frac{4\pi^2}{T^2}x \rightarrow$$

$$F=-m\frac{4\pi^2}{T^2}x=-2\cdot\frac{4\pi^2}{0,01\pi^2}\cdot 0,2N=-160N$$

ii) Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας είναι ίσος:

$$\frac{dU}{dt}=-\frac{dW_F}{dt}=-\frac{|F|\cdot|dx|\cdot\sigma\upsilon\nu\alpha}{dt}=-|F|\cdot|\upsilon|\cdot\sigma\upsilon\nu 180^0=+|F|\cdot|\upsilon|\rightarrow$$

$$\frac{dU}{dt}=|F|\cdot|\upsilon|=160\cdot 4J/s=640J/s$$

iii) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι ίσος

$$\frac{dK}{dt}=\frac{dW_F}{dt}=\frac{|F|\cdot|dx|\cdot\sigma\upsilon\nu\alpha}{dt}=|F|\cdot|\upsilon|\cdot\sigma\upsilon\nu 180^0=-|F|\cdot|\upsilon|\rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt}=-|F|\cdot|\upsilon|=-160\cdot 4J/s=-640J/s$$

Παρατηρούμε ότι πράγματι οι δυο ρυθμοί είναι αντίθετοι, αφού στην πραγματικότητα το έργο της ίδιας δύναμης εκφράζει αυτήν την μετατροπή της ενέργειας από κινητική σε δυναμική.

Ας έρθουμε τώρα σε μια φθίνουσα ταλάντωση. Ισχύει κάτι ανάλογο;

Παράδειγμα 2^o :

Στο παραπάνω παράδειγμα, έστω ότι εκτός της δύναμης επαναφοράς ασκείται και δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}$=-2υ (S.I.). Να βρεθούν οι αντίστοιχοι ρυθμοί μεταβολής της δυναμικής και κινητικής ενέργειας του σώματος.

Απάντηση:

i) Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας είναι ίσος:

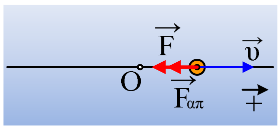
$$\frac{dU}{dt}=-\frac{dW_F}{dt}=-\frac{|F|\cdot|dx|\cdot συνα}{dt}=-|F|\cdot|υ|\cdot συν180^0=+|F|\cdot|υ|\rightarrow$$

$$\frac{dU}{dt}=|F|\cdot|υ|=160\cdot 4J/s=640J/s$$

ii)Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι ίσος

$$\frac{dK}{dt}=\frac{dW_{ΣF}}{dt}=\frac{|ΣF|\cdot|dx|\cdot συνα}{dt}=|ΣF|\cdot|υ|\cdot συν180^0=-|ΣF|\cdot|υ|\rightarrow$$

Αλλά στη θέση αυτή ασκείται και η δύναμη απόσβεσης, όπως στο διπλανό σχήμα με μέτρο $F_{απ}$=bυ=8N, οπότε η συνισταμένη δύναμη έχει φορά προς τα αριστερά με μέτρο:



$$|ΣF|=|F|+|F_{απ}|=160N+8N=168N$$

Οπότε:

$$\frac{dK}{dt}=-|ΣF|\cdot|υ|=-168\cdot 4J/s=-672J/s$$

Ας προσέξουμε ότι οι δύο ρυθμοί δεν είναι αντίθετοι, αφού προφανώς ασκείται στο σώμα και η δύναμη απόσβεσης, η οποία αφαιρεί ενέργεια από το σώμα, μετατρέποντάς την σε θερμική. Πράγματι:

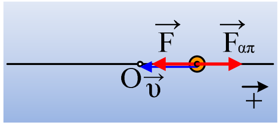
$$P_{Fαπ}=|F_{απ}|\cdot|υ|\cdot συν180^0=-8\cdot 4J/s=-32J/s$$

Βλέπουμε δηλαδή, ότι η κινητική ενέργεια μειώνεται κατά 672J/s, από τα οποία τα 640J/s μετατρέπονται σε δυναμική, ενώ τα υπόλοιπα 32J/s μετατρέπονται σε θερμική.

Το ερώτημα που προκύπτει είναι αν, το παραπάνω συμπέρασμα είναι γενικό σε μια φθίνουσα ταλάντωση. Πάντα δηλαδή η μια μορφή (δυναμική, κινητική) μειώνεται και η άλλη (κινητική, δυναμική) αυξάνεται, έστω και κατά μικρότερο ποσόν;

Ας δούμε ένα άλλο παράδειγμα:

Παράδειγμα 3ο :



Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D=40N/m και κάποια στιγμή περνά από τη θέση x=0,1m κατευθυνόμενο προς τη θέση ισορροπίας με ταχύτητα μέτρου 2m/s, ενώ η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής $F_{απ}$=-2υ (S.I.). Να υπολογιστούν οι ρυθμοί μεταβολής της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας του σώματος στη θέση αυτή.

Απάντηση:

i) Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας είναι ίσος:

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_F}{dt} = -\frac{|F|\cdot|dx|\cdot συνa}{dt} = -|F|\cdot|υ|\cdot συν0^0 = -|Dx|\cdot|υ| \rightarrow$$

$$\frac{dU}{dt} = -|Dx|\cdot|υ| = -40\cdot 0{,}1\cdot 2J/s = -8J/s$$

ii)Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι ίσος

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{ΣF}}{dt} = \frac{|ΣF|\cdot|dx|\cdot συνa}{dt}$$

Αλλά στη θέση αυτή ασκείται και η δύναμη απόσβεσης, όπως στο διπλανό σχήμα με μέτρο $F_{απ}$=bυ=4N, οπότε η συνισταμένη δύναμη είναι ΣF=$F_{απ}$-F=4N-4N=0

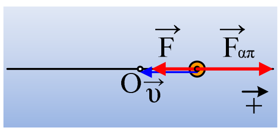
Οπότε: $\frac{dK}{dt} = |ΣF|\cdot|υ| = 0$

Βλέπουμε δηλαδή να μειώνεται η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης χωρίς να αυξάνεται η κινητική, αφού στην πραγματικότητα μειώνεται η ενέργεια ταλάντωσης, εξαιτίας της δύναμης απόσβεσης:

$$P_{Fαπ} = |F_{απ}|\cdot|υ|\cdot συν180^0 = -4\cdot 2W = -8W$$

Ας δούμε ένα ακόμη παράδειγμα:

Παράδειγμα 4ο :



Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D=40N/m και κάποια στιγμή περνά από τη θέση x=0,1m κατευθυνόμενο προς τη θέση ισορροπίας με ταχύτητα μέτρου 4m/s, ενώ η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής $F_{απ}$=-2υ (S.I.). Να υπολογιστούν οι ρυθμοί μεταβολής της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας του σώματος στη θέση αυτή.

Απάντηση:

iii) Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας είναι ίσος:

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_F}{dt} = -\frac{|F|\cdot|dx|\cdot\sigma\upsilon\nu a}{dt} = -|F|\cdot|\upsilon|\cdot\sigma\upsilon\nu 0^0 = -|Dx|\cdot|\upsilon| \rightarrow$$

$$\frac{dU}{dt} = -|Dx|\cdot|\upsilon| = -40\cdot 0{,}1\cdot 4J/s = -16J/s$$

iv) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι ίσος

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{|\Sigma F|\cdot|dx|\cdot\sigma\upsilon\nu a}{dt}$$

Αλλά στη θέση αυτή ασκείται και η δύναμη απόσβεσης, όπως στο διπλανό σχήμα με μέτρο $F_{απ}$=bυ=8N, οπότε η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο ΣF=$F_{απ}$-F=8N-4N=4N, με φορά προς τα δεξιά οπότε:

$$\frac{dK}{dt} = |\Sigma F|\cdot|\upsilon|\cdot\sigma\upsilon\nu 180^o = 4\cdot 4\cdot(-1)J/s = -16J/s$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι τώρα μειώνεται η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης, αλλά **και** η κινητική ενέργεια του σώματος.

Τι συμβαίνει; Μειώνονται και οι δυο μορφές της ενέργειας ταλάντωσης, εξαιτίας της δύναμης απόσβεσης:

$$P_{F\alpha\pi} = |F_{\alpha\pi}|\cdot|\upsilon|\cdot\sigma\upsilon\nu 180^0 = -8\cdot 4W = -32W$$

Συμπέρασμα;

Όταν μιλάμε για φθίνουσα ταλάντωση, πρέπει να είμαστε ιδιαίτερα προσεκτικοί και να μην μεταφέρουμε άκριτα και ασυλλόγιστα τα συμπεράσματα που ισχύουν στην αμείωτη και ελεύθερη ταλάντωση, την γνωστή μας ΑΑΤ.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης