Συμβολή κυμάτων και σύνθεση ταλαντώσεων.

Σύμφωνα με το σχολικό βιβλίο, υποθέτουμε ότι σε δύο σημεία $Π_1$ και $Π_2$ της επιφάνειας ενός ελαστικού μέσου υπάρχουν δύο σύγχρονες πηγές παραγωγής αρμονικών κυμάτων ίδιας συχνότητας *f* και πλάτους *A* που έχουν εξίσωση ταλάντωσης:

$$y=Aημωt$$

Επειδή τα κύματα διαδίδονται με την ίδια ταχύτητα, θα έχουν το ίδιο μήκος κύματος *λ*.

Έστω ένα σημείο Σ της επιφάνειας του ελαστικού μέσου που απέχει αποστάσεις r_1 και r_2 από τις δύο πηγές. Η απομάκρυνση του σημείου Σ εξαιτίας του κύματος που φτάνει σε αυτό από την πηγή $Π_1$ κάθε στιγμή είναι:

$$y_1 = A \cdot ημ\left(ωt - \frac{2π \cdot r_1}{λ}\right)$$

ενώ εξαιτίας του κύματος που φτάνει σε αυτό από την πηγή $Π_2$ είναι:

$$y_2 = A \cdot ημ\left(ωt - \frac{2π \cdot r_2}{λ}\right)$$

Έτσι, ***σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας***, μετά την έναρξη της συμβολής και των δύο κυμάτων στο σημείο αυτό, η απομάκρυνση του σημείου Σ θα είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των απομακρύνσεων y_1 και y_2:

$$y=y_1+y_2$$

$$y= A\left[ημ\left(ωt - \frac{2π \cdot r_1}{λ}\right) + \left(ωt - \frac{2π \cdot r_2}{λ}\right)\right]$$

και στο σημείο αυτό, εφόσον είμαστε τυχεροί(**το γιατί θα γίνει κατανοητό στη συνέχεια…**) που τα δύο κύματα έχουν το ίδιο πλάτος Α και μπορεί να βγει κοινός παράγοντας, χρησιμοποιούμε την τριγωνομετρική σχέση:

$$ημ\text{A} + ημ\text{B} = 2συν\left(\frac{\text{A}-\text{B}}{2}\right)ημ\left(\frac{\text{A}+\text{B}}{2}\right)$$

για να καταλήξουμε στην γνωστή:

$$\boldsymbol{y = 2A \cdot συνπ\left(\frac{r_1 - r_2}{λ}\right)ημ2π\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2λ}\right)}$$

όπου το πλάτος ταλάντωσης του κάθε σημείου του ελαστικού μέσου δίνεται από την σχέση:

$$\boldsymbol{|A'| = 2A \cdot \left|συνπ\left(\frac{r_1 - r_2}{λ}\right)\right|}$$

Θα πρέπει να γίνει ξεκάθαρο ότι η παραπάνω μελέτη συμβολής αφορά δύο κύματα από πηγές οι οποίες κάθε στιγμή έχουν την ίδια συχνότητα και την ίδια αρχική φάση, είναι δηλαδή ***σύγχρονες***. ***Συμβολή όμως συμ-***

βαίνει σε κάθε περίπτωση όπου δύο κύματα διαδίδονται στο ίδιο μέσο, ανεξάρτητα εάν προέρχονται από πηγές που είναι συμφασικές ή όχι (παράδειγμα 1)

Σε αυτές τις περιπτώσεις η μαθηματική μελέτη της συμβολής με τον παραπάνω τρόπο είναι δύσκολη. Μπορεί όμως να απλοποιηθεί εάν δούμε την συμβολή σε κάθε σημείο από ένα άλλο μάτι.

Το κάθε σημείο του ελαστικού μέσου, μετά την έναρξη της συμβολής, δηλαδή από την στιγμή που φτάνει σε αυτό και το δεύτερο κύμα, εκτελεί ταυτόχρονα δύο ταλαντώσεις με ίσες συχνότητες που εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας.

Μας θυμίζει κάτι αυτό;

Σύνθεση ταλαντώσεων. Το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσής μπορεί να βρεθεί χρησιμοποιώντας την σχέση

$$A' = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 A_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\Delta\varphi}$$

όπου Δφ η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων που εκτελεί το σημείο του ελαστικού μέσου εξαιτίας του κάθε κύματος χωριστά.

Για δείτε αυτό:

Κάποτε στην Β’ Λυκείου, ο μαθητής διδασκόταν τις σχέσεις του διπλασίου τόξου:

$$\begin{aligned} \sigma\upsilon\nu 2\alpha \;=\; & \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha \\ & \boxed{2\sigma\upsilon\nu^2\alpha - 1} \\ & 1 - 2\eta\mu^2\alpha \end{aligned}$$

οπότε στην περίπτωση μας, χρησιμοποιώντας την σχέση του πλαισίου για το πλάτος μπορούμε να γράψουμε:

$$A' = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 A_2 \cdot \left(2 \cdot \sigma\upsilon\nu^2 \frac{\Delta\varphi}{2} - 1\right)}$$

$$A' = \sqrt{A^2 + A^2 + 4A^2 \cdot \sigma\upsilon\nu^2 \frac{\Delta\varphi}{2} - 2A^2}$$

$$A' = \sqrt{4A^2 \sigma\upsilon\nu^2 \frac{\Delta\varphi}{2}}$$

$$A' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu \frac{\Delta\varphi}{2}\right|$$

Αλλά : $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi(r_1 - r_2)}{\lambda}$

Άρα:

$$A' = 2A \cdot \left| \sigma\upsilon\nu\pi\left(\frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right) \right|$$

Παρατηρούμε δηλαδή ότι χρησιμοποιώντας την σχέση της σύνθεσης δύο ταλαντώσεων της ίδιας συχνότητας που εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση, γύρω από το ίδιο κέντρο καταλήγουμε στην ίδια σχέση για το πλάτος με αυτή που καταλήγουμε και από την μελέτη της συμβολής με την βοήθεια της αρχής της επαλληλίας. Φυσικά να αναφέρουμε ότι η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων που εκτελεί ένα σημείο εξαιτίας κάθε κύματος ***μπορεί να είναι μεγαλύτερη και από 2π rad***, αλλά αυτή ανάγεται στον 1^{o} κύκλο χωρίς κανένα πρόβλημα για τον υπολογισμό του πλάτους.

Η αντιμετώπιση της συμβολής κυμάτων μέσω σύνθεσης ταλαντώσεων είναι ιδιαίτερα χρήσιμη ιδιαίτερα σε περιπτώσεις όπως αυτή του παραδείγματος 2, όπου επειδή οι πηγές ταλαντώνονται με διαφορετικά πλάτη A_1 και A_2, όπου εφαρμόζοντας την αρχή της επαλληλίας το πλάτος δεν βγαίνει κοινός παράγοντας από τους δύο ημιτονοειδείς όρους.

Παράδειγμα 1

Σε δύο σημεία $Π_1$ και $Π_2$ της ήρεμης επιφάνειας των νερών μίας λίμνης βρίσκονται δύο πηγές παραγωγής αρμονικών κυμάτων ίδιου πλάτους *A=0,05m* και συχνότητας *f=5Hz* τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα 2m/s. Την χρονική στιγμή t=0 ξεκινά να ταλαντώνεται η πηγή $Π_1$ χωρίς αρχική φάση, ενώ την ίδια στιγμή η πηγή $Π_2$ διέρχεται από την θέση ισορροπίας για 1^{η} φορά με *u<0*.

α) Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις ταλάντωσης των δύο πηγών.

β) Να γράψετε τις εξισώσεις των τρέχοντων κυμάτων σε ένα τυχαίο σημείο που απέχει αποστάσεις r_1 από την πηγή $Π_1$ και απόσταση r_2 από την πηγή $Π_2$.

γ) Να βρείτε ποια χρονική στιγμή αρχίζει η συμβολή των κυμάτων σε σημείο Κ της επιφάνειας που απέχει από την Π1 απόσταση $r_1=2m$ και από την Π2 απόσταση $r_2=2,7m$.

δ) Να γράψετε την χρονική εξίσωση απομάκρυνσης του υλικού σημείου Κ μετά την συμβολή των δύο κυμάτων στο σημείο αυτό.

ε) Να βρείτε την σχέση που πρέπει να πληρούν οι αποστάσεις r_1 και r_2 από τις δύο πηγές των σημείων στα οποία συμβαίνει: i) ενισχυτική συμβολή ii) ακυρωτική συμβολή.

Λύση:

α) ω=2πf → ω=10π rad/s

Η πηγή $Π_1$ ξεκινά να ταλαντώνεται την t=0 χωρίς αρχική φάση, οπότε η εξίσωση ταλάντωσης της είναι:

$$y_1 = Αημωt \rightarrow \boldsymbol{y_1 = 0{,}05ημ10πt\ (S.I.)}$$

Η πηγή $Π_2$ την χρονική στιγμή t=0 διέρχεται για 1^{η} φορά από την Θ.Ι. της με u<0, οπότε η ταλάντωση της έχει αρχική φάση $φ_o$=π rad, οπότε η εξίσωση ταλάντωσης της είναι:

$$y_2 = Αημ(ωt+φ_o) \rightarrow \boldsymbol{y_2 = 0{,}05ημ(10πt+π)\ \ (S.I.)}$$

Προφανώς η πηγή $Π_2$ έχει ξεκινήσει να ταλαντώνεται πριν από χρονικό διάστημα $Δt=\frac{T}{2}$ από την t=0, που σημαίνει ότι την t=0, στην επιφάνεια γύρω από την $Π_2$ έχουν διαδοθεί κύματα σε απόσταση $\frac{λ}{2}$ από την $Π_2$.

β) u=λ·f → λ=0,4m

Η απομάκρυνση του σημείου Σ εξαιτίας του κύματος που φτάνει σε αυτό από την πηγή $Π_1$ κάθε στιγμή είναι:

$$y_1 = A \cdot ημ\left(ωt - \frac{2π \cdot r_1}{λ}\right) = 0{,}05ημ\left(10πt - \frac{2π \cdot r_1}{0{,}4}\right)$$

$$\boldsymbol{y_1 = 0{,}05 \cdot ημ(10π \cdot t - 5π \cdot r_1)}$$

ενώ εξαιτίας του κύματος που φτάνει σε αυτό από την πηγή $Π_2$ είναι:

$$y_2 = A \cdot ημ\left(ωt + π - \frac{2π \cdot r_2}{λ}\right) = 0{,}05ημ\left(10πt + π - \frac{2π \cdot r_2}{0{,}4}\right)$$

$$\boldsymbol{y_2 = 0{,}05 \cdot ημ(10π \cdot t + π - 5π \cdot r_2)}$$

γ) Το κύμα από την πηγή $Π_1$ φτάνει στο σημείο Κ την χρονική στιγμή:

$$φ_Κ = 0 \rightarrow 10πt - 5π \cdot 2 = 0 \rightarrow t_1 = 1s$$

Το κύμα από την πηγή $Π_2$ φτάνει στο σημείο Κ την χρονική στιγμή:

$$φ_Κ = 0 \rightarrow 10πt + π - 5π \cdot 2{,}7 = 0 \rightarrow t_2 = 1{,}25s$$

Άρα η συμβολή ξεκινά την χρονική στιγμή 1,25s.

δ) Είναι:

$$\boldsymbol{y_{K(Π1)} = 0{,}05 \cdot ημ(10π \cdot t - 10π)}$$

και

$$\boldsymbol{y_{K(Π2)} = 0{,}05 \cdot ημ(10π \cdot t + π - 5 \cdot 2{,}7π) = 0{,}05 \cdot ημ(10π \cdot t - 12{,}5 \cdot π)}$$

Η συνισταμένη ταλάντωση που εκτελεί το σημείο Κ έχει εξίσωση:

$$y_K = y_{K(Π1)} + y_{K(π2)}$$
$$y_K = 0{,}05[ημ(10π \cdot t - 10π) + ημ(10π \cdot t - 12{,}5π)]$$

Χρησιμοποιώντας την τριγωνομετρική σχέση:

$$ημA + ημB = 2συν\left(\frac{A-B}{2}\right)ημ\left(\frac{A+B}{2}\right)$$

καταλήγουμε στην:

$$y = 0{,}1 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{10\pi \cdot t - 10\pi - 10\pi \cdot t + 12{,}5\pi}{2}\right)\eta\mu\left(\frac{10\pi \cdot t - 10\pi + 10\pi \cdot t - 12{,}5\pi}{2}\right)$$

$$y = 0{,}1 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2{,}5\pi}{2}\right)\eta\mu\left(\frac{20\pi \cdot t - 22{,}5\pi}{2}\right)$$

$$y = 0{,}1 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)\eta\mu(10\pi t - 11{,}25\pi\ )$$

$$\boldsymbol{y = -0{,}05\sqrt{2}\eta\mu\left(10\pi \cdot t - 11{,}25\pi\right) \quad t \geq 1{,}25s}$$

ε) Η συνισταμένη ταλάντωση ενός τυχαίου σημείου είναι:

$$y = y_1 + y_2$$

$$y = 0{,}05\eta\mu(10\pi t - 5\pi r_1) + 0{,}05\eta\mu(10\pi t + \pi - 5\pi r_2)$$

$$y = 0{,}05[\eta\mu(10\pi t - 5\pi \cdot r_1)\ \eta\mu(10\pi t + \pi - 5\pi \cdot r_2)]$$

Χρησιμοποιώντας την τριγωνομετρική σχέση:

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{A - B}{2}\right)\eta\mu\left(\frac{A + B}{2}\right)$$

έχουμε:

$$y = 0{,}1\,\sigma\upsilon\nu\left(\frac{10\pi t - 5\pi \cdot r_1 - 10\pi t - \pi + 5\pi \cdot r_2}{2}\right)\eta\mu\left(\frac{10\pi t - 5\pi \cdot r_1 + 10\pi t + \pi - 5\pi \cdot r_2}{2}\right)$$

$$y = 0{,}1\,\sigma\upsilon\nu\left(\frac{-5\pi \cdot (r_1 - r_2) - \pi}{2}\right)\eta\mu\left(\frac{20\pi \cdot t + \pi - 5\pi \cdot (r_1 + r_2)}{2}\right)$$

$$y = 0{,}1\,\sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi \cdot (r_1 - r_2) + \pi}{2}\right)\eta\mu\left(\frac{20\pi \cdot t + \pi - 5\pi \cdot (r_1 + r_2)}{2}\right)$$

i) Τα σημεία ενισχυτικής συμβολής ικανοποιούν την σχέση:

$$0{,}1\left|\sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi \cdot (r_1 - r_2) + \pi}{2}\right)\right| = 0{,}1$$

$$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi \cdot (r_1 - r_2) + \pi}{2}\right) = \pm 0{,}1$$

$$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi \cdot (r_1 - r_2) + \pi}{2}\right) = N\pi$$

$$\frac{5\pi \cdot (r_1 - r_2) + \pi}{2} = N\pi$$

$$5\pi \cdot (r_1 - r_2) = 2N \cdot \pi - \pi$$

$$\boldsymbol{r_1 - r_2 = \frac{2N - 1}{5} \quad \mu\varepsilon \quad N = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots}$$

ii) Τα σημεία ακυρωτικής συμβολής ικανοποιούν την σχέση:

$$\left|\sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi\cdot(r_1-r_2)+\pi}{2}\right)\right|=0$$

$$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi\cdot(r_1-r_2)+\pi}{2}\right)=0$$

$$\frac{5\pi\cdot(r_1-r_2)+\pi}{2}=(2\mathrm{N}+1)\frac{\pi}{2}$$

$$2{,}5\pi\cdot(r_1-r_2)=N\cdot\pi$$

$$\boldsymbol{r_1-r_2=\frac{2N}{5}\quad \mu\varepsilon\ N=0,\pm 1,\pm 2,...}$$

Παράδειγμα 2

Σε δύο σημεία Π_1 και Π_2 της ήρεμης επιφάνειας των νερών μίας λίμνης βρίσκονται δύο πηγές παραγωγής αρμονικών κυμάτων συχνότητας *f=10Hz, πλάτους A_1=0,12m και A_2=0,16m* αντίστοιχα. Τα κύματα διαδίδονται στην επιφάνεια του νερού με ταχύτητα 2m/s. Την t=0 η πηγή Π_1 αρχίζει να ταλαντώνεται χωρίς αρχική φάση ενώ την ίδια στιγμή η Π_2 βρίσκεται για πρώτη φορά στην θέση *y_2=+0,16m*.

α) Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις ταλάντωσης των δύο πηγών.

β) Να γράψετε τις εξισώσεις των τρέχοντων κυμάτων σε ένα τυχαίο σημείο που απέχει αποστάσεις r_1 από την πηγή Π_1 και απόσταση r_2 από την πηγή Π_2.

γ) Να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης ενός σημείου Κ της μεσοκαθέτου του ευθυγράμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ μετά την συμβολή και των δύο κυμάτων σε αυτό

δ) Να βρείτε την σχέση που πρέπει να πληρούν οι αποστάσεις *r_1* και *r_2* από τις δύο πηγές των σημείων τα οποία ταλαντώνονται: i) με μέγιστη τιμή πλάτους και ii) ελάχιστη τιμή πλάτους.

ε) Ένα άλλο σημείο Λ της επιφάνειας του νερού απέχει από τις πηγές αποστάσεις r_1=1m και r_2=1,75m. Να βρεθεί η απομάκρυνση του τις χρονικές στιγμές t_1=0,625s και t_2=0,925s.

Λύση:

α) ω=2πf → ω=20π rad/s

Η πηγή Π_1 ξεκινά να ταλαντώνεται την t=0 χωρίς αρχική φάση, οπότε η εξίσωση ταλάντωσης της είναι:

$$y_1=A_1\eta\mu\omega t \rightarrow \boldsymbol{y_1=0{,}12\eta\mu 20\pi t\ (S.I.)}$$

Η πηγή Π_2 την χρονική στιγμή t=0 βρίσκεται για 1η φορά στην ακραία θέση ταλάντωσής της οπότε η ταλάντωση της έχει αρχική φάση $\varphi_o=\frac{\pi}{2}$ rad, οπότε η εξίσωση ταλάντωσης της είναι:

$$y_2=A_2\eta\mu(\omega t+\varphi_o) \rightarrow \boldsymbol{y_2=0{,}16\eta\mu\left(20\pi\cdot t+\frac{\pi}{2}\right)\ (S.I.)}$$

β) u=λ·f → λ=0,2m

Η απομάκρυνση του σημείου Σ εξαιτίας του κύματος που φτάνει σε αυτό από την πηγή Π_1 κάθε στιγμή είναι:

$$y_1 = A_1 \cdot \eta\mu\left(\omega t - \frac{2\pi \cdot r_1}{\lambda}\right) = 0{,}12\eta\mu\left(20\pi t - \frac{2\pi \cdot r_1}{0{,}2}\right)$$

$$\boldsymbol{y_1 = 0{,}12 \cdot \eta\mu(20\pi \cdot t - 10\pi \cdot r_1)}$$

ενώ εξαιτίας του κύματος που φτάνει σε αυτό από την πηγή Π_2 είναι:

$$y_2 = A_2 \cdot \eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi \cdot r_2}{\lambda}\right) = 0{,}16\eta\mu\left(20\pi t + \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi \cdot r_2}{0{,}2}\right)$$

$$\boldsymbol{y_2 = 0{,}16 \cdot \eta\mu\left(20\pi \cdot t + \frac{\pi}{2} - 10\pi \cdot r_2\right)}$$

γ) Στην περίπτωση αυτή εάν προσπαθήσουμε να εφαρμόσουμε την αρχή της επαλληλίας για να βγάλουμε την εξίσωση απομάκρυνσης ενός τυχαίου σημείου καταλήγουμε σε αδιέξοδο, διότι δεν μπορούμε να βγάλουμε το πλάτος κοινό παράγοντα και να εφαρμόσουμε την τριγωνομετρική ταυτότητα, δεδομένου ότι οι πηγές έχουν διαφορετικά πλάτη ταλάντωσης.

Θα αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα σαν σύνθεση ταλαντώσεων.

Η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων που εκτελεί ένα τυχαίο σημείο που απέχει r_1 και r_2 από τις δύο πηγές είναι:

$$\Delta\varphi = \left(\boldsymbol{20\pi \cdot t + \frac{\pi}{2} - 10\pi \cdot r_2}\right) - (\boldsymbol{20\pi \cdot t - 10\pi \cdot r_1})$$

$$\Delta\varphi = 10\pi(r_1 - r_2) + \frac{\pi}{2}$$

Για τα σημεία της μεσοκαθέτου $r_1 = r_2$, είναι $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad, οπότε το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Κ είναι:

$$\boldsymbol{A' = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 A_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\Delta\varphi}}$$

$$\boldsymbol{A' = \sqrt{0{,}12^2 + 0{,}16^2 + 2 \cdot 0{,}12 \cdot 0{,}16 \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}}}$$

$$\boldsymbol{A' = 0{,}2m}$$

δ) Το πλάτος των διαφόρων σημείων του μέσου είναι

$$\boldsymbol{A' = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 A_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\Delta\varphi}}$$

όπου

$$\boldsymbol{\Delta\varphi = 10\pi(r_1 - r_2)} + \frac{\pi}{2}$$

i) Τα σημεία που ταλαντώνονται με μέγιστη τιμή πλάτους

$$\boldsymbol{A' = A_1 + A_2 = 0{,}14m}$$

Είναι αυτά για τα οποία:

$$\sigma\upsilon\nu\Delta\varphi = +1$$

$$συν[10π(r_1\text{-}r_2)+\frac{π}{2}]=+1$$

$$10π(r_1\text{-}r_2)+\frac{π}{2}=2Nπ$$

$$10π(r_1\text{-}r_2)=\frac{4N-1}{2}$$

$$\boldsymbol{r_1\text{-}r_2=\frac{4N-1}{20}\ \ με\ N=0,\pm1,\pm2\dots}$$

ii) Τα σημεία που ταλαντώνονται με ελάχιστη τιμή πλάτους

$$\boldsymbol{A'=\sqrt{A_1^2+A_2^2-2\cdot A_1A_2}=\sqrt{(A_1-A_2)^2}=\left|A_1-A_2\right|=0{,}04m}$$

Είναι αυτά για τα οποία:

$$συνΔφ=-1$$

$$συν[10π(r_1\text{-}r_2)+\frac{π}{2}]=-1$$

$$10π(r_1\text{-}r_2)+\frac{π}{2}=(2N+1)π$$

$$10π(r_1\text{-}r_2)=\frac{4N+1}{2}$$

$$\boldsymbol{r_1\text{-}r_2=\frac{4N+1}{20}\ \ με\ N=0,\pm1,\pm2\dots}$$

☛ Στην περίπτωση αυτή είναι ενδιαφέρον να παρατηρήσουμε ότι δεν υπάρχουν σημεία του ελαστικού μέσου τα οποία μετά την έναρξη της συμβολής να είναι συνεχώς ακίνητα(Α'=0, δεσμοί), απλά υπάρχουν σημεία που ταλαντώνονται με ελάχιστη τιμή πλάτους.

ε) Στο σημείο Λ φτάνει το κύμα από την πηγή $Π_1$ την χρονική στιγμή:

$$\varphi_{Λ(Π1)}=0\Rightarrow 20π t_1-10π\Rightarrow t_1=0{,}5s$$

ενώ το κύμα από την πηγή $Π_2$ φτάνει την χρονική στιγμή:

$$\varphi_{Λ(Π2)}=0\Rightarrow 20π t_1+\frac{π}{2}-10π\cdot1{,}75\Rightarrow t_1=0{,}85s$$

Άρα την χρονική στιγμή t_1=0,625s το σημείο Λ ταλαντώνεται μόνο εξαιτίας του κύματος που έχει φτάσει σε αυτό από την πηγή $Π_1$, οπότε:

$$\boldsymbol{y_Λ=0{,}12\cdot ημ(20π\cdot0{,}625-10π\cdot1)}$$
$$\boldsymbol{y_Λ=0{,}12\cdot ημ(12{,}5π-10π)}$$
$$\boldsymbol{y_Λ=0{,}12m}$$

Την χρονική στιγμή t_2=0,925s στο σημείο Λ έχει ξεκινήσει η συμβολή

$$y_{Λ(Π1)} = 0{,}12 \cdot ημ(20π \cdot 0{,}925 - 10π \cdot 1)$$
$$y_{Λ(Π1)} = 0{,}12 \cdot ημ(18{,}5π - 10π)$$
$$y_{Λ(Π1)} = +0{,}12m$$

Και

$$y_{Λ(Π2)} = 0{,}16 \cdot ημ\left(20π \cdot 0{,}925 + \frac{π}{2} - 10π \cdot 1{,}75\right)$$
$$y_{Λ(Π2)} = 0{,}16 \cdot ημ\left(18{,}5π + \frac{π}{2} - 17{,}5π\right)$$
$$y_{Λ(Π2)} = 0{,}16 \cdot ημ(1{,}5π)$$
$$y_{Λ(Π2)} = -0{,}16m$$

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας:

$$\mathbf{y_Λ = y_{Λ(Π1)} + y_{Λ(Π2)}}$$
$$\mathbf{y_Λ = +0{,}12 - 0{,}16}$$
$$\mathbf{y_Λ = -0{,}04m}$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Πέτρος Καραπέτρος