

ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΑΙ Ο ΜΠΕΡΔΕΜΕΝΟΣ ΣΠΟΥΔΑΣΤΗΣ

IV: ΜΙΑ ΣΦΑΙΡΙΚΗ (GLOBAL) ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΣΤΗΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

John W. Jewett Jr., California State Polytechnic University, Pomona, CA

Η ενέργεια είναι κρίσιμη έννοια για την επίλυση προβλημάτων φυσικής, γίνεται ωστόσο συχνά κύρια πηγή σύγχυσης για τους σπουδαστές εάν η παρουσίασή της δεν οικοδομηθεί προσεκτικά από τον καθηγητή ή το σχολικό βιβλίο. Στα πρώτα τρία άρθρα¹⁻³ αυτής της σειράς εξετάσαμε αρκετά ζητήματα που σχετίζονται με τη διδασκαλία εννοιών της φυσικής. Κρατήσαμε ένα μοναδικό κύριο ζήτημα γι' αυτό το άρθρο: Την παρουσίαση της ενέργειας μέσω μιας σφαιρικής προσέγγισης. Η ενέργεια, οι ενεργειακές μεταβιβάσεις και οι ενεργειακοί μετασχηματισμοί βρίσκονται στην καρδιά *κάθε* διαδικασίας που πραγματοποιείται στη φυσική, χημεία, βιολογία, αστρονομία και γεωλογία. Συνεπώς, είναι χρήσιμο και εξαιρετικά διδακτικό να εξετάσουμε σφαιρικά τη φύση της ενέργειας εξ' αρχής, όταν η ενέργεια πρωτοπαρουσιάζεται στη μηχανική.

Μια τυπική παραδοσιακή προσέγγιση

Δυστυχώς, η ενέργεια συχνά παρουσιάζεται στα σχολικά βιβλία και τις αίθουσες με έναν ασυνεχή τρόπο, τέτοιο ώστε οι σπουδαστές ενδεχομένως πιστεύουν πως υπάρχουν αρκετές θεμελιώδεις ενεργειακές εξισώσεις. Έχοντας στη διάθεσή τους πολλές ενεργειακές εξισώσεις, ωστόσο, οι σπουδαστές που έχουν διδαχθεί μ' αυτή τη μέθοδο, δεν μπορούν να γράψουν απλές ενεργειακές εξισώσεις που περιγράφουν τη λειτουργία καθημερινών συστημάτων όπως του στερεοφωνικού συγκροτήματος, της χορτοκοπτικής μηχανής ή ενός λαμπτήρα. Με την προσέγγιση που περιγράφεται σ' αυτό το άρθρο, η σπουδαστές διαθέτουν *μία* θεμελιώδη ενεργειακή εξίσωση και είναι σε θέση να γράψουν κατάλληλες ενεργειακές εξισώσεις γι' αυτά τα απλά συστήματα, όπως και για πολλά άλλα.

Μια τυπική παραδοσιακή προσέγγιση εισαγάγει το θεώρημα έργου– κινητικής ενέργειας κατά την εξέταση κινούμενων αντικειμένων. Τα πράγματα γρήγορα γίνονται πιο πολύπλοκα, ωστόσο, όταν εισάγεται η τριβή. Όπως εξετάσαμε στο πρώτο άρθρο¹ αυτής της σειράς, δεν μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο της τριβής λόγω του ότι η μετατόπιση του αντικειμένου δεν είναι ίδια με τις μετατοπίσεις των πολλών σημείων εφαρμογής των δυνάμεων τριβής και έτσι το θεώρημα έργου–κινητικής ενέργειας είναι άχρηστο. Παραμορφώσιμα και περιστρεφόμενα αντικείμενα συχνά αποφεύγονται επειδή παρουσιάζουν πολυπλοκότητες που δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν με μια παραδοσιακή προσέγγιση του έργου και του θεωρήματος έργου– κινητικής ενέργειας.

Όταν εξετάζεται η δυναμική ενέργεια, εισάγεται η εξίσωση για τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας. Επειδή σε μια παραδοσιακή προσέγγιση δεν δίνεται έμφαση στα συστήματα, όπως συζητήθηκε στο δεύτερο άρθρο,² οι σπουδαστές πιστεύουν ίσως ότι η εξίσωση για τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας είναι κάτι διαφορετικό από το θεώρημα έργου– κινητικής ενέργειας – μια ακόμα εξίσωση που συμπεριλαμβάνει ενέργεια αλλά φαίνεται να αντιπροσωπεύει μια ξεχωριστή ιδέα.

Τέλος, όταν εξετάζεται η θερμοδυναμική, εισάγονται η εσωτερική ενέργεια και η θερμότητα. Τότε εισάγεται μια τρίτη, φαινομενικά ασύνδετη, ενεργειακή εξίσωση – ο πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής.

Αυτή η ασύνδετη προσέγγιση είναι μια ανάμνηση της ιστορικής ανάπτυξης της θερμοδυναμικής ως ξεχωριστού κλάδου από τη μηχανική. Οι περιοχές αυτές της φυσικής ενοποιήθηκαν πριν πολύ καιρό. Είναι καιρός να διδάξουμε μια ενοποιημένη, σφαιρική προσέγγιση στην τάξη!

Η σφαιρική μέθοδος

Η θέση μου είναι ότι υπάρχει *μία* μόνο θεμελιώδης ενεργειακή εξίσωση και όλες οι άλλες αποτελούν ειδικές περιπτώσεις. Η θεμελιώδης εξίσωση ονομάζεται η *εξίσωση διατήρησης της ενέργειας*⁴ ή *εξίσωση συνέχειας της ενέργειας*, σε συντομογραφία Α.Δ.Ε. :

$$\Delta E_{\text{συστ}} = \Sigma T \quad (1)$$

όπου με T παριστάνεται το ποσό της ενέργειας που μεταβιβάζεται (από το *transfer*) διαμέσου των ορίων του προσδιορισμένου συστήματος μέσω ενός δεδομένου μηχανισμού. Η γενική εννοιολογική βάση αυτής της εξίσωσης είναι η εξής: ο μόνος τρόπος για να μεταβληθεί η συνολική ενέργεια $E_{\text{συστ}}$ ενός συστήματος είναι ενέργεια να διαπεράσει τα σύνορα του συστήματος μέσω ενός ή περισσότερων μηχανισμών που περιγράφονται με τον όρο T . Η μαθηματική βάση είναι η εξής: η συνολική μεταβολή στην ενέργεια ενός συστήματος κατά τη διάρκεια ενός χρονικού διαστήματος είναι ακριβώς ίση με το συνολικό ποσό ενέργειας που διαπερνά τα σύνορα του συστήματος. Το σύμβολο του αθροίσματος υποδεικνύει ότι ενέργεια μπορεί να διαπεράσει τα σύνορα με διάφορους τρόπους. Είναι διδακτικό να συγκριθεί αυτό με τον τραπεζικό λογαριασμό ενός σπουδαστή – ο ισολογισμός δεν αλλάζει εάν δεν υπάρχουν μεταφορές προς ή από το τραπεζικό σύστημα. Όταν υπάρχουν μεταφορές με τη μορφή καταθέσεων, αναλήψεων, τόκων, επιταγών που έχουν υπογραφεί, ωστόσο, το απόθεμα μεταβάλλεται ακριβώς όσο είναι το συνολικό ποσό που διακινήθηκε με τις παραπάνω διαδικασίες.

Όταν διδάσκω κλασσική φυσική, η αναπτυγμένη μορφή της εξίσωσης (1) έχει ως εξής:⁵

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{\text{εσωτ}} = W + Q + T_{MT} + T_{MW} + T_{ER} + T_{ET} \quad (2)$$

Στο αριστερό μέλος της εξίσωσης φαίνονται τρεις τρόποι αποθήκευσης ενέργειας στο σύστημα: κινητική ενέργεια K , δυναμική ενέργεια U και εσωτερική ενέργεια⁶ $E_{\text{εσωτ}}$. Η συνολική μεταβολή στην ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο σύστημα μπορεί να υπολογιστεί προσθέτοντας τις τρεις επιμέρους μεταβολές γι' αυτούς τους τύπους αποθηκευμένης ενέργειας.

Η κινητική ενέργεια K στο αριστερό μέλος της εξίσωσης ΑΔΕ (2), είναι το άθροισμα της μεταφορικής κινητικής ενέργειας του κέντρου μάζας του συστήματος, της περιστροφικής κινητικής ενέργειας γύρω από το κέντρο μάζας του συστήματος και της κινητικής ενέργειας που σχετίζεται με τις ακτινικές κινήσεις των μελών του συστήματος σε σχέση με το κέντρο μάζας. Η δυναμική ενέργεια U περιλαμβάνει όλα τα είδη, όπως βαρυτική, ηλεκτρική και ελαστική. Επιπρόσθετα, συμπεριλαμβάνω εδώ τη χημική δυναμική ενέργεια καυσίμων ή εκρηκτικών και τη βιολογική δυναμική ενέργεια από γεύματα. Η εσωτερική ενέργεια $E_{\text{εσωτ}}$ περιλαμβάνει την ενέργεια που σχετίζεται με την άτακτη κίνηση των μορίων, η οποία μετριέται με τη θερμοκρασία και την ενέργεια δεσμών

μεταξύ μορίων που σχετίζεται με τη φάση (στερεή, υγρή ή αέρια) του συστήματος.

Στο δεξί μέλος της εξίσωσης ΑΔΕ βρίσκεται το συνολικό ποσό ενέργειας που διαπερνά τα σύνορα του συστήματος, εκφρασμένο ως το άθροισμα των ενεργειών που μεταβιβάζονται με έξι συνήθεις διαδικασίες:

W : έργο πάνω στο σύστημα από εξωτερικές δυνάμεις των οποίων τα σημεία εφαρμογής μετατοπίζονται.

Q : ενέργεια που διαβιβάζεται διαμέσου των συνόρων του συστήματος με *θερμότητα* εξαιτίας της διαφοράς θερμοκρασίας ανάμεσα στο σύστημα και το περιβάλλον του.

T_{MT} : ενέργεια που διαβιβάζεται διαμέσου των συνόρων του συστήματος με μεταφοράς ύλης (**Matter Transfer**), όπως όταν εισάγεται καύσιμο σε ένα δοχείο.

T_{MW} : ενέργεια που διαβιβάζεται διαμέσου των συνόρων του συστήματος με μηχανικά κύματα (**Mechanical Waves**) όπως είναι τα ηχητικά και τα σεισμικά κύματα.

T_{ER} : ενέργεια που διαβιβάζεται διαμέσου των συνόρων του συστήματος με *ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία* (**Electromagnetic Radiation**) όπως είναι το φως και τα μικροκύματα.

T_{ET} : ενέργεια που διαβιβάζεται διαμέσου των συνόρων του συστήματος με ηλεκτρική μετάδοση (**Electrical Transmission**) από μία μπαταρία ή άλλη ηλεκτρική πηγή.

Είναι διδακτικό να αφιερώνουμε χρόνο στη συζήτηση αυτής της εξίσωσης και των επιμέρους όρων όταν για πρώτη φορά εισάγεται η ενέργεια. Οι σπουδαστές είναι αρκετά εξοικειωμένοι από την καθημερινή ζωή με τους έξι τύπους μεταβίβασης ενέργειας και το νόημα της εξίσωσης. Από την εμπειρία μου, από νωρίς πολλοί σπουδαστές ξεκινούν χρησιμοποιώντας την πλήρη εξίσωση (2) και διαγράφουν όρους που δεν υπάρχουν σε μια συγκεκριμένη περίπτωση. Αφού εξοικειωθούν περισσότερο και αποκτήσουν εμπειρία με την προσέγγιση, συχνά ξεκινούν με την εξίσωση (1) και οικοδομούν την κατάλληλη εξίσωση παραθέτοντας εκείνους τους όρους που χρειάζονται για να αναλυθεί η περίπτωση.

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση ΑΔΕ, είναι σημαντικό να προσδιορίσουμε το σύστημα που μας ενδιαφέρει όπως επίσης και το χρονικό διάστημα που μας ενδιαφέρει. Για κάποια συστήματα, διαφορετικές επιλογές χρονικών διαστημάτων μπορεί να οδηγήσουν σε διαφορετικές εξισώσεις ΑΔΕ. Για παράδειγμα, αν το σύστημα είναι ένα σύνολο πηνίων σε μια τοστιέρα, υπάρχει κάποια μεταβολή στην εσωτερική ενέργεια $E_{εσωτ}$ για κάποιο χρονικό διάστημα αμέσως μετά το άναμμα της τοστιέρας, αλλά δεν υπάρχει τέτοια μεταβολή για ένα κατοπινό χρονικό διάστημα όταν η θερμοκρασία έχει πια σταθεροποιηθεί.

Η εξέταση των διαφόρων τρόπων μεταβίβασης ενέργειας σε συσχετισμό με την εξίσωση για τη διατήρηση της ενέργειας εισάγει μια ακόμα αδυναμία των παραδοσιακών συζητήσεων στα εγχειρίδια⁷ και τις τάξεις που σχετίζεται με την

ισχύ. Επειδή το έργο είναι η συχνά ο μοναδικός τρόπος μεταβίβασης ενέργειας που εξετάζεται σε μια παραδοσιακή κάλυψη της μηχανικής, συχνά δηλώνεται ότι «ισχύς είναι ο ρυθμός με τον οποίο εκτελείται έργο». Αυτή είναι μια ατελής πρόταση και θα αφήσει τους σπουδαστές να αναρωτιούνται για τις ισχύεις των λαμπτήρων και των στερεοφωνικών συγκροτημάτων τους. Όταν, ωστόσο, συζητηθούν όλες οι μορφές μεταβίβασης ενέργειας σε μια σφαιρική προσέγγιση για την ενέργεια, μπορεί να γίνει η σωστή δήλωση για την ισχύ:⁸ «ισχύς είναι ο ρυθμός με τον οποίο ενέργεια μπορεί να διαπεράσει τα σύνορα του συστήματος». Σπουδαστές που έχουν διδαχτεί μ' αυτή την προσέγγιση θα καταλάβουν τι είναι ένας λαμπτήρας των 60-watt – όπως επίσης και τι αντιπροσωπεύει η τιμή σε lumen που αναγράφεται στη συσκευασία των λαμπτήρων. Θα καταλάβουν επίσης την ηχητική ισχύ του στερεοφωνικού τους συγκροτήματος και τη φωτεινή ισχύ που προέρχεται από τον ήλιο.

Ο Arons⁹ υποστηρίζει την άποψη πως μια σφαιρική προσέγγιση στην ενέργεια για όλες τις διαδικασίες είναι δυνατόν να προταθεί: «Είναι ντροπή... να προσφέρουμε στους σπουδαστές τόσο στενή και περιορισμένη θέα της έννοιας της ενέργειας και της διατήρησής της. .. Ακόμα περισσότερο, η αναγνώριση του τι συμβαίνει φαινομενολογικά σε καθημερινές εμπειρίες όπως είναι το τρέξιμο, το άλμα, η επιτάχυνση ενός αυτοκινήτου και η αντιμετώπιση φαινομένων τριβής, προσφέρει προσωπική αξία, πλούτο και μεγαλύτερη σημασία σε φυσικές έννοιες που δεν είναι επιτεύξιμες στην περιορισμένη προσέγγιση».

Όπως συζητήθηκε στο τρίτο άρθρο³ αυτής της σειράς, είναι σημαντικό να γίνει διάκριση ανάμεσα στη μεταφορά ενέργειας διαμέσου των συνόρων του συστήματος και μετασχηματισμού της ενέργειας στο εσωτερικό του συστήματος. Προσδιορίζω τρεις κύριους μηχανισμούς μετασχηματισμού: (1) έργο, (2) χημικές αντιδράσεις και (3) πυρηνικές αντιδράσεις. Το έργο σ' αυτό τα πλαίσια δεν είναι ο όρος W στο δεξί μέλος της εξίσωσης ΔE (2) – έργο σ' αυτή την εξίσωση νοείται η μεταφορά ενέργειας διαμέσου των συνόρων του συστήματος. Το έργο ως μηχανισμός μετασχηματισμού είναι *εσωτερικό* έργο, όπως συζητήθηκε στο πρώτο άρθρο¹ αυτής της σειράς. Είναι έργο που γίνεται από μία συνιστώσα του συστήματος πάνω σε μια άλλη, προκαλώντας μετασχηματισμό της ενέργειας. Για παράδειγμα, στο σύστημα μπάλας – Γης, το έργο που γίνεται από τη βαρυτική δύναμη ανάμεσα στη μπάλα και τη Γη προκαλεί μετασχηματισμό της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας σε κινητική ενέργεια. Οι χημικές αντιδράσεις προκαλούν μετασχηματισμό της δυναμικής ενέργειας ενός συστήματος χημικών ουσιών σε άλλες μορφές, όπως η εσωτερική ενέργεια και πιθανώς η κινητική ενέργεια των εκτοξευόμενων κομματιών σε μια έκρηξη. Οι πυρηνικές αντιδράσεις μετασχηματίζουν ενέργεια αποθηκευμένη στον πυρήνα σε κινητική ενέργεια των εξερχόμενων σωματιδίων και εσωτερική ενέργεια του υλικού που περιβάλλει την αντίδραση. Γενικότερα, ***ο μετασχηματισμός της ενέργειας προκαλεί τη μετατροπή ενός τύπου αποθηκευμένης ενέργειας σε έναν άλλο τύπο.***

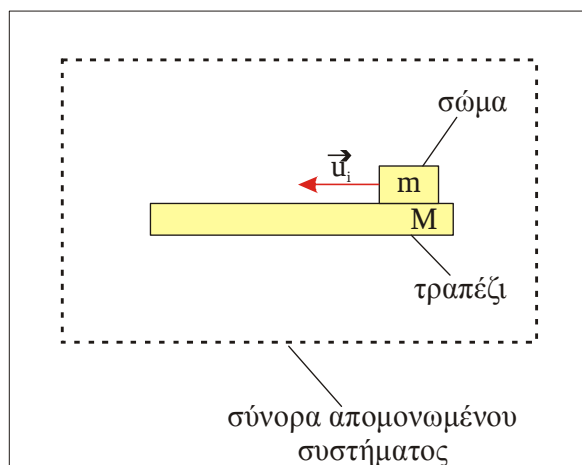
Είναι επίσης δυνατόν να συζητηθούν μεταφορές ενέργειας *στο εσωτερικό* του συστήματος, που ανακατανέμουν την ενέργεια αλλά δεν μεταβάλλουν τη συνολική ενέργεια του συστήματος. Για παράδειγμα, ένα σύστημα μπορεί να περιλαμβάνει ένα ζεστό και ένα ψυχρό αντικείμενο. Σ' αυτή την περίπτωση μπορεί να υπάρχει μεταφορά ενέργειας από το ζεστό στο ψυχρό αντικείμενο μέσω θερμότητας και ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Όσο η ενέργεια μεταβιβάζεται μεταξύ μελών του συστήματος, αυτό είναι ένα απομονωμένο σύστημα και το δεξί μέλος της εξίσωσης ΔE είναι μηδενικό. Οι εσωτερικές μεταβιβάσεις ενέργειας ανακατανέμουν την ενέργεια ώστε το ψυχρό αντικείμενο κερδίζει εσωτερική

ενέργεια ενώ το θερμό χάνει εσωτερική ενέργεια, η κινητική ενέργεια του συστήματος όμως διατηρείται σταθερή. Μια διαδικασία σαν αυτή δεν θα ήταν παρούσα στην εξίσωση για τη διατήρηση της ενέργειας του συστήματος, αλλά η διαδικασία θα μπορούσε να περιγραφεί με άλλες αρχές, όπως είναι η θερμική ισορροπία ανάμεσα στις συνιστώσες του συστήματος. **Μεταφορές ενέργειας στο εσωτερικό του συστήματος συχνά δεν προκαλούν μετατροπή μιας μορφής αποθηκευμένης ενέργειας σε άλλη – η ενέργεια ανακατανέμεται ανάμεσα στα συστατικά του συστήματος αλλά διατηρεί την ίδια μορφή.**

Κατηγοριοποιώντας το σύστημα

Η διαδικασία κατηγοριοποίησης του συστήματος συζητήθηκε στο δεύτερο άρθρο² αυτής της σειράς. Στη συζήτηση αυτή, προσδιορίσαμε ένα *μη – απομονωμένο* σύστημα ως ένα για το οποίο υπάρχει μεταφορά ενέργειας διαμέσου των συνόρων του συστήματος μέσω ενός τουλάχιστον μηχανισμού. Στην περίπτωση αυτή, η εξίσωση ΑΔΕ για το σύστημα αναπαριστάται από την εξίσωση (1). Ένα *απομονωμένο* σύστημα είναι αυτό για το οποίο δεν υπάρχουν μεταφορές ενέργειας διαμέσου των συνόρων του από κανένα μηχανισμό. Η εξίσωση ΑΔΕ γι' αυτό το σύστημα ανάγεται στην ειδική μορφή,

$$\Delta E_{\text{συστ}}=0 \quad (3)$$



Σχ. 1. Ένα σώμα μάζας m ολισθαίνει πάνω σε τραπέζι μάζας M . Το τραπέζι είναι ελεύθερο να κινείται πάνω σε λεία επιφάνεια και το σύστημα σώματος-τραπέζιού είναι απομονωμένο.

Σε μια διαδικασία που περιλαμβάνει ένα απομονωμένο σύστημα, μόνο μετασχηματισμοί ενέργειας συμβαίνουν, τέτοιοι ώστε η ενέργεια του συστήματος να παραμένει σταθερή. (Ισως υπάρχουν μεταβιβάσεις ενέργειας στο εσωτερικό του συστήματος αλλά αυτοί εν γένει δεν επηρεάζουν την εξίσωση ΑΔΕ). Μια άλλη δυνατότητα κατηγοριοποίησης που δεν έχει συζητηθεί είναι το *μη απομονωμένο σύστημα σε κατάσταση ισορροπίας*. Το σύστημα αυτό περιγράφεται από μια εξίσωση ΑΔΕ σαν την ακόλουθη:

$$0=\Sigma T. \quad (4)$$

Στο σύστημα αυτό, ενέργεια μεταφέρεται διαμέσου των ορίων του συστήματος, αλλά ο ρυθμός μεταφοράς ενέργειας προς το σύστημα εξισορροπεί

τον ρυθμό μεταφοράς ενέργειας έξω από το σύστημα, έτσι ώστε η συνολική ενέργεια του συστήματος να διατηρείται σταθερή. Η Γη αποτελεί παράδειγμα ενός μη απομονωμένου συστήματος που είναι κατά προσέγγιση σε κατάσταση ισορροπίας. Ο ρυθμός μεταφοράς ενέργειας προς το σύστημα με ορατό φως από τον Ήλιο εξισορροπείται από τον ρυθμό μεταφοράς ενέργειας έξω από το σύστημα με υπέρυθρη ακτινοβολία. Το πρόβλημα της παγκόσμιας θέρμανσης σχετίζεται με το γεγονός ότι η Γη δεν είναι ακριβώς σε κατάσταση ισορροπίας. Εξαιτίας της σύλληψης υπέρυθρης ακτινοβολίας από τα αέρια του θερμοκηπίου, η επιφανειακή θερμοκρασία της Γης αυξάνεται αργά.

Ο Mungan¹⁰ παρουσιάζει ένα πρόβλημα στο οποίο ένα σώμα ολισθαίνει πάνω σ' ένα τραπέζι το οποίο είναι ελεύθερο να κινείται μέσα σ' ένα δωμάτιο σχεδιασμένο ώστε να μην επιτρέπει είσοδο ή έξοδο ενέργειας από το σύστημα. Το σχήμα 1 παρουσιάζει αυτή την κατάσταση. Τη χρονική στιγμή $t=0$, το τραπέζι ηρεμεί και το σώμα ολισθαίνει με ταχύτητα μέτρου u_i . Τελικά, το σώμα και το τραπέζι κινούνται με κοινή ταχύτητα μέτρου u_f . Η πραγμάτευση του προβλήματος από τον Mungan είναι σχεδιασμένη έτσι ώστε να δείξει ότι μπορεί να επιλυθεί χωρίς την εισαγωγή των εννοιών του έργου ή της θερμότητας. Χρησιμοποιώντας την σφαιρική μέθοδο για την ενέργεια, ένας σπουδαστής δεν θα σκεφτόταν να εισάγει τις έννοιες του έργου και της θερμότητας σαν ενεργειακές μεταφορές διαμέσου των ορίων του συστήματος γιατί το σύστημα σώματος και τραπεζιού είναι απομονωμένο. Έργο πράγματι εκτελείται *εσωτερικά* στο σύστημα² και συνεισφέρει στις μεταβολές των μέτρων των ταχυτήτων του σώματος και του τραπεζιού. Επιπρόσθετα, το σύστημα κερδίζει εσωτερική ενέργεια λόγω της δύναμης τριβής ανάμεσα στο σώμα και το τραπέζι, η οποία κατανέμεται μεταξύ σώματος και τραπεζιού μέσω θερμότητας. Έτσι έργο και θερμότητα έχουμε μέσα στο σύστημα, αλλά δεν είναι αυτό που εμφανίζεται στο δεξί μέλος της ΑΔΕ. Οι όροι W και Q που εμφανίζονται στην ΑΔΕ αναπαριστούν μεταφορά ενέργειας διαμέσου των ορίων του συστήματος και είναι μηδενικοί σ' αυτή την περίπτωση. Το έργο που εκτελείται στο εσωτερικό του συστήματος είναι μια διαδικασία μετασχηματισμού η οποία μετατρέπει κινητική ενέργεια σε εσωτερική ενέργεια, και η διαδικασία με τη θερμότητα που συμβαίνει, απλώς κατανέμει την εσωτερική ενέργεια στις συνιστώσες του συστήματος.

Ο Mungan επίσης σημειώνει ότι είναι δελεαστικό [για τους σπουδαστές] να ταυτοποιήσουν το W με ΔK και την Q με ΔU . Με τη σφαιρική μέθοδο για την ενέργεια ο σπουδαστής δεν θα δελεαστεί να κάνει αυτή την ταυτοποίηση γιατί έχει διδαχθεί (και ευελπιστούμε πως έχει μάθει) ότι οποιαδήποτε μορφή μεταφοράς ενέργειας μπορεί να προκαλέσει μεταβολή σε οποιαδήποτε μορφή αποθηκευμένης ενέργειας.

Περιορίζοντας την Εξίσωση Διατήρησης της Ενέργειας

Ας εξετάσουμε τρεις ειδικές περιπτώσεις για να δούμε πώς εφαρμόζουμε την Εξίσωση Διατήρησης της Ενέργειας στην πράξη.

Πρώτον, ας υποθέσουμε ότι το σύστημα είναι ένα μοναδικό αντικείμενο το οποίο μπορεί να προσομοιωθεί σαν ένα σωματίδιο πάνω στο οποίο ασκείται, για ένα χρονικό διάστημα, μια μοναδική δύναμη στον κενό χώρο. Εξαιτίας της επίδρασης της εξωτερικής δύναμης, το σύστημα δεν είναι μονωμένο. Η μόνη μορφή ενέργειας η οποία μπορεί να μεταβληθεί στο σύστημα είναι η κινητική ενέργεια και ο μόνος τρόπος με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στο σύστημα είναι με έργο. Η εξίσωση (2) σ' αυτή την περίπτωση ανάγεται στην

$$\Delta K = W, \quad (5)$$

που είναι το θεώρημα έργου – κινητικής ενέργειας. Έτσι η εξίσωση αυτή που τόσο συχνά θεωρείται από τους σπουδαστές θεμελιώδης, φαίνεται να είναι μια ειδική περίπτωση της εξίσωσης διατήρησης της ενέργειας.

Κατόπιν, ας θεωρήσουμε ένα αυθαίρετο σύστημα που είναι μονωμένο ώστε να μην υπάρχει μεταφορά ενέργειας από ή προς το σύστημα. Ας υποθέσουμε επίσης ότι δεν δρουν μη-συντηρητικές δυνάμεις στο εσωτερικό του συστήματος. Τότε δεν υπάρχει μετατροπή μηχανικής ενέργειας σε εσωτερική ενέργεια και η εξίσωση (2) γίνεται

$$\Delta K + \Delta U = 0 \quad \rightarrow \quad K_f + U_f = K_i + U_i \quad (6)$$

η οποία είναι η γνωστή εξίσωση διατήρησης της μηχανικής ενέργειας ενός απομονωμένου συστήματος. Για παράδειγμα, για μια μπάλα σε πτώση, το σύστημα επιλέγεται να είναι η μπάλα και η Γη και η δυναμική ενέργεια είναι βαρυτική.

Τέλος, ας θεωρήσουμε το σύστημα ενός ιδανικού αερίου σε στατικό κύλινδρο. Το πιστόνι του κυλίνδρου μπορεί να μετακινείται έτσι ώστε να εκτελείται έργο πάνω στο αέριο. Τα τοιχώματα του κυλίνδρου είναι θερμικά αγωγίμα, έτσι ώστε ενέργεια να μπορεί να μεταφερθεί από και προς το σύστημα με θερμότητα. Σ' αυτή την περίπτωση η εξίσωση (2) γίνεται

$$\Delta E_{int} = W + Q \quad (7)$$

η οποία είναι ο πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής. Έτσι, και οι τρεις «θεμελιώδεις» ενεργειακές εξισώσεις που αναφέρθηκαν προηγουμένως, μπορούν να προκύψουν από την πραγματικά θεμελιώδη ενεργειακή εξίσωση, την ΑΔΕ.

Σαν περαιτέρω ένδειξη της γενικότητας της ΑΔΕ, θεωρήστε το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο. Στη διαδικασία αυτή, ένα φωτόνιο προσκρούει σε λεία μεταλλική επιφάνεια και προκαλεί την εξαγωγή ενός ηλεκτρονίου. Θεωρήστε σύστημα το μέταλλο και το ηλεκτρόνιο που εξάγεται. Το σύστημα δεν είναι μονωμένο γιατί ενέργεια διασχίζει τα όρια του συστήματος ως ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία με τη μορφή ενός φωτονίου. Σ' αυτή την περίπτωση η εξίσωση (2) ανάγεται στην

$$\Delta K + \Delta U = T_{ER} \quad (8)$$

όπου T_{ER} είναι η μεταφορά ενέργειας στο σύστημα από το φωτόνιο. Η δυναμική ενέργεια U είναι αυτή του συστήματος μέταλλο-ηλεκτρόνιο. Θεωρούμε ότι η κατάσταση του ηλεκτρονίου έξω από το μέταλλο αντιστοιχεί σε μηδενική δυναμική ενέργεια. Όταν το ηλεκτρόνιο είναι μέσα στο μέταλλο, είναι δέσμιο μέσα στο μέταλλο, κάτι που μπορούμε να προσομοιώσουμε θεωρώντας τη δυναμική ενέργεια του συστήματος $-U_0$. Έτσι η μεταβολή στη δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι $\Delta U = 0 - (-U_0) = U_0$.

Η κινητική ενέργεια K του συστήματος είναι αυτή του ηλεκτρονίου που εκδιώχθηκε. Θεωρούμε την κινητική του ενέργεια μηδενική όταν βρίσκεται μέσα στο μέταλλο. (Η κινητική ενέργεια ενός ηλεκτρονίου έχει αμελητέα συνεισφορά στην εσωτερική ενέργεια του μετάλλου όταν βρίσκεται μέσα στο μέταλλο.

Αγνοούμε αυτή την πολύ μικρή διόρθωση.) Ονομάζοντας την κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου όταν έχει εξαχθεί K , η μεταβολή στην κινητική ενέργεια του συστήματος είναι $\Delta K = K - 0 = K$. Έτσι, η εξίσωση (8) γι' αυτή τη διαδικασία γίνεται

$$K + U_0 = T_{ER} \quad (9)$$

Εάν αναγνωρίσουμε τώρα την ενέργεια που μεταφέρεται στο σύστημα από το φωτόνιο ως $T_{ER} = hf$, όπου h είναι η σταθερά του Planck και f η συχνότητα που σχετίζεται με το φωτόνιο, έχουμε

$$K + U_0 = hf \quad (10)$$

η οποία είναι η εξίσωση του Einstein για το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, με την U_0 να είναι το έργο εξαγωγής του μετάλλου και την K να είναι η μέγιστη κινητική ενέργεια του εξαγόμενου ηλεκτρονίου.

Ας παρουσιάσουμε τώρα τις περιπτώσεις που αναφέρθηκαν νωρίτερα, τις οποίες ένας σπουδαστής δεν μπορεί να αναλύσει μετά από παραδοσιακή διδασκαλία της ενέργειας. Θεωρείστε ένα στερεοφωνικό συγκρότημα ως το υπό εξέταση σύστημα και επιλέξτε ένα χρονικό διάστημα από ελάχιστα πριν το ενεργοποιήσουμε έως κάποια στιγμή ένα με δύο λεπτά αφότου ενεργοποιήθηκε. Το σύστημα δεν είναι απομονωμένο. Η κατάλληλη αναγωγή της εξίσωσης (2) στην περίπτωση αυτή είναι

$$\Delta E_{int} = Q + T_{MW} + T_{ER} + T_{ET} \quad (11)$$

Η μεταβολή στην εσωτερική ενέργεια στο αριστερό μέλος οφείλεται στην αυξανόμενη θερμοκρασία του συστήματος καθώς λειτουργεί ξεκινώντας από μία «κρύα» κατάσταση. Ενέργεια εγκαταλείπει το θερμό σύστημα με θερμότητα (Q) προς τον ψυχρό αέρα και εγκαταλείπει το σύστημα από τα ηχεία με ηχητικά κύματα (T_{MW}). Ενέργεια T_{ER} εισέρχεται στο σύστημα με ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία λόγω του εισερχόμενου ραδιοφωνικού σήματος και εγκαταλείπει το σύστημα από τις διάφορες φωτεινές ενδείξεις. Η μεγαλύτερη εισροή ενέργειας είναι με ηλεκτρική μετάδοση (T_{ET}) μέσω των καλωδίων ρεύματος.

Θεωρείστε τώρα ως σύστημα μια μηχανή κουρέματος γκαζόν και ένα χρονικό διάστημα από ελάχιστα πριν γεμιστεί με καύσιμο μέχρι μια στιγμή κατά την οποία ήδη λειτουργεί για μερικά λεπτά. Το σύστημα αυτό είναι επίσης μη απομονωμένο. Η κατάλληλη αναγωγή της εξίσωσης (2) στην περίπτωση αυτή είναι

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{int} = W + Q + T_{MT} + T_{MW} \quad (12)$$

Η κινητική ενέργεια K αντιστοιχεί στην περιστρεφόμενη λεπίδα και τα μέρη του μοτέρ που κινούνται και έχει αυξηθεί γιατί η μηχανή δεν λειτουργούσε στην αρχή του χρονικού διαστήματος. Η δυναμική ενέργεια U του συστήματος σχετίζεται με το καύσιμο στη δεξαμενή και αυξήθηκε εξαιτίας του γεμίσματος της δεξαμενής. Υπάρχει μεταβολή στην εσωτερική ενέργεια E_{int} λόγω του ότι η μηχανή ζεσταίνεται. Το έργο W εκτελείται από τον χρήστη που τραβά το σχοινί εκκίνησης. Ενέργεια Q φεύγει με θερμότητα στον κρύο αέρα, ενώ άλλη ενέργεια εγκαταλείπει το σύστημα με ηχητικό κύμα (T_{MW}). Ο όρος T_{MT} αντιστοιχεί στη διαδικασία γεμίσματος της δεξαμενής με καύσιμο.

Τέλος, ας θεωρήσουμε έναν λαμπτήρα φωτισμού γεμάτο με κάποιο αέριο. Θεωρούμε το νήμα πυρακτώσεως του λαμπτήρα ως σύστημα και το χρονικό διάστημα ως διάστημα ενός λεπτού, πολύ μετά το άναμμα του λαμπτήρα. Η κατάλληλη αναγωγή της εξίσωσης (2) στην περίπτωση αυτή είναι

$$0 = Q + T_{ER} + T_{ET} \quad (13)$$

Το νήμα είναι ένα μη απομονωμένο σύστημα σε κατάσταση ισορροπίας. Στην έκφραση αυτή, ενέργεια T_{ET} εισέρχεται στο σύστημα με ηλεκτρική μετάδοση. Ενέργεια εγκαταλείπει το νήμα με θερμότητα (Q) προς το αέριο του λαμπτήρα και με υπέρυθρη και ορατή ακτινοβολία (T_{ER}). Αν ο λαμπτήρας εκκενωθεί, ο όρος Q εξαφανίζεται.

Προβλήματα

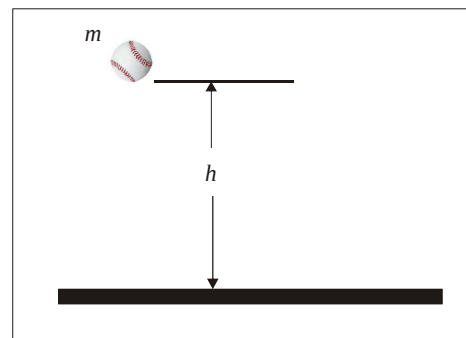
Ας εξετάσουμε τώρα τα δύο προβλήματα που ανέκυσαν στο δεύτερο άρθρο αυτής της σειράς.²

Πρόβλημα 1

Μια μπάλα μάζας m αφήνεται από ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητάς της τη στιγμή που χτυπάει στη Γη;

Επιλέγοντας ως σύστημα τη μπάλα και τη Γη και ως χρονικό διάστημα από τη στιγμή που η μπάλα αφήνεται μέχρι τη στιγμή ελάχιστα πριν χτυπήσει στη Γη, η εξίσωση (2) γίνεται

$$\left(\frac{1}{2}mu^2 - 0\right) + (0 - mgh) = 0 \rightarrow u = \sqrt{2gh} \quad (15)$$

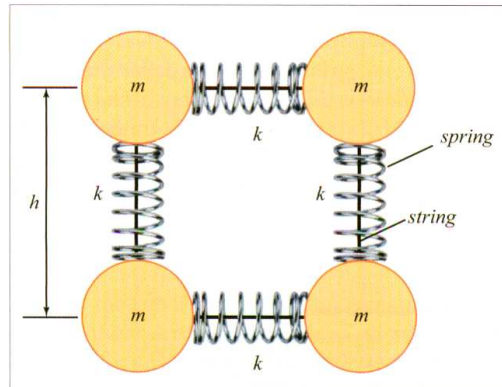


Σχ. 1. Μία μπάλα μάζας m αφήνεται από ύψος h . Πόσο γρήγορα κινείται όταν χτυπάει τη Γη;

Αυτό είναι φανερά ένα απλό πρόβλημα: παρουσιάζεται για να γίνει σύγκριση με το πρόβλημα 2.

Πρόβλημα 2

Κάθε μία από 4 μικρές σφαίρες έχει μάζα m . Ανάμεσα σε κάθε ζευγάρι σφαιρών υπάρχει ένα συμπιεσμένο ελατήριο, με τα ελατήρια να σχηματίζουν ένα τετράγωνο πλευράς h . Τα ελατήρια είναι όμοια, έχουν σταθερά k , αμελητέα μάζα και δεν είναι προσδεμένα στις σφαίρες. Το φυσικό μήκος κάθε ελατηρίου είναι L . Οι σφαίρες συγκρατούνται με ελαφρά νήματα που διέρχονται από τους άξονες των ελατηρίων. Η όλη διάταξη βρίσκεται σε περιοχή όπου δεν υπάρχει βαρύτητα. Τα τέσσερα νήματα κόβονται ταυτόχρονα έτσι ώστε οι σφαίρες σπρώχνονται από τα ελατήρια και απομακρύνονται. Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας με την οποία κινούνται οι σφαίρες όταν δεν είναι πλέον σε επαφή με τα ελατήρια;



Σχ. 2 Τέσσερις σφαίρες μάζας m συνδέονται με νήματα και σχηματίζουν τετράγωνο πλευράς h . Όμοια ελατήρια είναι συμπιεσμένα μεταξύ κάθε ζεύγους σφαιρών. Όταν κοπούν τα νήματα, οι σφαίρες αρχίζουν να απομακρύνονται. Πόσο γρήγορα κινούνται οι σφαίρες όταν χαθεί η επαφή με τα ελατήρια;

Επιλέγουμε ως σύστημα τις 4 σφαίρες και τα 4 ελατήρια. Το χρονικό διάστημα είναι από ελάχιστο πριν κοπούν τα νήματα μέχρι οποιαδήποτε στιγμή αφότου οι σφαίρες έπαψαν να είναι σε επαφή με τα ελατήρια. Η εξίσωση (2) γίνεται

$$\Delta K + \Delta U_s = 0 \quad (16)$$

Η μόνη διαφορά ανάμεσα σ' αυτό το πρόβλημα και το πρόβλημα 1 είναι ότι πρέπει να θεωρήσουμε την κινητική ενέργεια τεσσάρων σωμάτων και τη δυναμική ενέργεια τεσσάρων ελατηρίων. Εξαιτίας της συμμετρίας της κατάστασης, γνωρίζουμε ότι και οι 4 σφαίρες έχουν το ίδιο μέτρο ταχύτητας μετά το κόψιμο των νημάτων. Επειδή τα ελατήρια είναι όμοια, έχουν όλα αποθηκευμένη την ίδια ενέργεια πριν κοπούν τα νήματα. Ορίζουμε ως κατάσταση μηδενικής ελαστικής δυναμικής ενέργειας την κατάσταση του συστήματος όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος. Έτσι,

$$\left[4\left(\frac{1}{2}mu^2\right) - 0 \right] + \left\{ 0 - 4\left[\frac{1}{2}k(L-h)^2\right] \right\} = 0 \rightarrow u = \sqrt{\frac{k}{m}}(L-h) \quad (17)$$

Παρατηρήστε ότι η γενική μέθοδος στα δύο προβλήματα είναι ίδια. Ένας σπουδαστής που έχει διδαχθεί την σφαιρική ενεργειακή μέθοδο δεν πτοείται από τη φαινομενική πολυπλοκότητα του δεύτερου προβλήματος. Επιπρόσθετα, ο σπουδαστής αυτός δεν θα έχει πρόβλημα όταν στη συνέχεια δει το ακόλουθο πρόβλημα.

Πρόβλημα 3

Κάθε μία από τέσσερις μικρές σφαίρες έχει μάζα m και ηλεκτρικό φορτίο q . Οι σφαίρες συνδέονται με μονωτικά νήματα έτσι ώστε να σχηματίζουν τετράγωνο πλευράς h σε περιοχή χωρίς βαρύτητα. Τα τέσσερα νήματα κόβονται ταυτόχρονα και οι σφαίρες αρχίζουν να απομακρύνονται. Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας με την οποία κινούνται οι σφαίρες όταν βρίσκονται σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους;

Ο σπουδαστής που έμαθε την σφαιρική μέθοδο θα αναγνωρίσει ότι έχει τον ίδιο τύπο προβλήματος με τα προβλήματα 1 και 2 και θα το χειριστεί με τον ίδιο ακριβώς τρόπο. Θα αναγνωρίσει επίσης μια βασική διαφορά αυτού του προβλήματος λόγω της φύσης της ηλεκτρικής δύναμης στην διάταξη των 4 αντικειμένων σε σύγκριση με τη δύναμη του ελατηρίου: Θα πρέπει να προσθέσουμε τις ηλεκτρικές δυναμικές ενέργειες για όλα τα ζεύγη αλληλεπιδρώντων σωματιδίων του συστήματος:

$$\Delta K + \Delta U_e = 0 \quad (18)$$

$$\left[4\left(\frac{1}{2}mu^2\right) - 0 \right] + \left\{ 0 - \left[4k_e \left(\frac{q^2}{h} \right) + 2k_e \left(\frac{q^2}{\sqrt{2}h} \right) \right] \right\} = 0 \quad (19)$$

$$\rightarrow u = \sqrt{\frac{k_e q^2}{mh} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)} \quad (20)$$

Συμπέρασμα

Επαναλαμβάνουμε τη σημασία της ενέργειας για την κατανόηση φυσικών διαδικασιών και την επίλυση προβλημάτων φυσικής. Εξαιτίας αυτής της σημασίας, θα πρέπει νωρίς στα μαθήματά μας να βρούμε τον χρόνο να συζητήσουμε με τους σπουδαστές μας την σφαιρική φύση της ενέργειας και μια πραγματικά θεμελιώδη ενεργειακή εξίσωση που μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε κάθε περίπτωση. Επιπρόσθετα, θα πρέπει να ορίσουμε προσεκτικά το έργο, να τονίσουμε τη σημασία του προσδιορισμού του συστήματος και να είμαστε σίγουροι ότι παρατηρούμε προσεκτικά τη χρήση της γλώσσας. Μ' αυτή την προσπάθεια από τη δική μας πλευρά, θα πρέπει στο τέλος των μαθημάτων να έχουμε σπουδαστές που πραγματικά κατανοούν την ενέργεια και μπορούν με ικανοποιητικά να χειρίζονται ανάλυση καταστάσεων συμπεριλαμβάνοντας την ενέργεια και τη μεταφορά ενέργειας. Στο τελευταίο άρθρο αυτής της σειράς, δείχνουμε πώς χρησιμοποιείται η σφαιρική ενεργειακή μέθοδος για την επίλυση αρκετών προβλημάτων, συμπεριλαμβανομένων των δύο προβλημάτων που προτάθηκαν από τον Mungan¹¹ και συζητήθηκαν στο δεύτερο άρθρο² αυτής της σειράς.

Αναφορές

1. J.W. Jewett, "Energy and the confused student I: Work," *Phys. Teach.* 46,38-43 (Jan. 2008).
2. J.W. Jewett, "Energy and the confused student II: Systems," *Phys. Teach.* 46, 81-86 (Feb. 2008).
3. J.W. Jewett, "Energy and the confused student III: Language," *Phys. Teach.* . 46, 149-153 (March 2008).
4. Η εξίσωση διατήρησης της ενέργειας σε μια σφαιρική προσέγγιση για την ενέργεια συζητάται στο R.A. Serway and J.W. Jewett, *Physics for Scientists and Engineers*, 7th ed. (Brooks/Cole, Belmont CA, 2008) pp. 196-204
5. Μερικές μη παραδοσιακές αντιμετωπίσεις της μηχανικής εισάγουν τη σχετικότητα μαζί με την κλασική μηχανική και συμπεριλαμβάνουν συζητήσεις για την ενέργεια ηρεμίας όπως στο *Matter & InteractionsI: Modern Mechanics*, 2nd ed. (Wiley, Hoboken NJ, 2007). Σ' αυτή την περίπτωση, ένας όρος για τις μεταβολές της ενέργειας ηρεμίας μπορεί να προστεθεί στο αριστερό μέλος της εξίσωσης (2).
6. Ένας παράγοντας που κάνει τα πράγματα περίπλοκα στην εξίσωση ΑΔΕ είναι ότι το σύμβολο U χρησιμοποιείται σε κάποιες παραδοσιακές παρουσιάσεις για να αναπαραστήσει τη δυναμική ενέργεια στη μηχανική καθώς επίσης και την εσωτερική ενέργεια σε κατοπινές συζητήσεις της θερμοδυναμικής. Σε μια σφαιρική προσέγγιση, όπου αυτές οι δύο μορφές

ενέργειας συζητούνται μαζί, θα πρέπει να διαχωριστούν μεταξύ τους· έτσι ο συμβολισμός είναι U για τη δυναμική ενέργεια και $E_{\text{εσωτ}}$ για την εσωτερική ενέργεια.

7. Μια και ο ίδιος είμαι συγγραφέας εγχειριδίου, δεν προσδιορίζω με ακρίβεια προβληματικές προτάσεις στα εγχειρίδια άλλων συγγραφέων σ' αυτή την σειρά των άρθρων. Δεν επιθυμώ αυτή η σειρά να φανεί σαν διαφημιστικό εργαλείο αλλά περισσότερο ως επαγγελματική επικοινωνία που προσφέρει ένα σύνολο προτάσεων για τη βελτίωση της διδασκαλίας της ενέργειας στους σπουδαστές μας. Παρουσιάζω κομμάτια από διάφορα εγχειρίδια ως γενικές κατευθύνσεις και όχι αυτούσια.
8. Μερικοί φυσικοί συμπεριλαμβάνουν επίσης τον ρυθμό μετασχηματισμού της ενέργειας μέσα σ' ένα σύστημα στον ορισμό της ισχύος. Για παράδειγμα, θεωρήστε έναν άνθρωπο που ανεβαίνει σε μια σκάλα. Ορίστε ως σύστημα τον άνθρωπο, τη σκάλα και τη Γη. Η έννοια της ισχύος σ' αυτή την περίπτωση θα μπορούσε να εφαρμοστεί στον ρυθμό με τον οποίο δυναμική ενέργεια στο σώμα του ανθρώπου από προηγούμενα γεύματα μετατρέπεται σε βαρυτική δυναμική ενέργεια καθώς ο άνθρωπος ανεβαίνει.
9. A.B. Arons, "Development of energy concepts in introductory physic courses," *Am. J. Phys.* **67**, 1063-1067 (Dec. 1999)
10. C.E. Mungan, "Thermodynamics of a block sliding across a frictional surface," *Phys. Teach.* **45**, 288-291 (May 2007)
11. C.E. Mungan, "A primer on work-energy relationships for introductory physics," *Phys. Teach.* **43**, 10-16 (Jan. 2005)