Λύση:

Σωστή απάντηση το $\mathbf{1(\alpha)}$, $\mathbf{2(\beta)}$

1. Η περίοδος του διακροτήματος και της ταλάντωσης θα είναι:

$$T_\delta = \frac{1}{f_\delta} = \frac{1}{f_1 - f_2} \Rightarrow T_\delta = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}, \quad T = \frac{1}{f} = \frac{2}{f_1 + f_2} \Rightarrow T = \frac{4\pi}{\omega_1 + \omega_2}$$

Ο αριθμός των ταλαντώσεων που εκτελεί σε χρονικό διάστημα $\Delta t = T_\delta$

$$N = \frac{T_\delta}{T} \Rightarrow N = \frac{\frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}}{\frac{4\pi}{\omega_1 + \omega_2}} \Rightarrow N = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2(\omega_1 - \omega_2)} \Rightarrow 2N\omega_1 - 2N\omega_2 = \omega_1 + \omega_2 \Rightarrow$$

$$(2N - 1)\omega_1 = (2N + 1)\omega_2 \Rightarrow \boldsymbol{\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{2N + 1}{2N - 1}}$$

2. Τη χρονική στιγμή $t = \frac{T_\delta}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{\omega_1 - \omega_2}$, η απομάκρυνση θα είναι:

$$x = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t \cdot \eta\mu\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t \xRightarrow{t = \frac{\pi}{\omega_1 - \omega_2},} x = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2} \cdot \eta\mu\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t \Rightarrow \mathbf{x = 0}$$

Από τις εξισώσεις της απομάκρυνσης των επιμέρους ταλαντώσεων θα έχουμε:

$$x_1 = A\eta\mu\omega_1 t \Rightarrow x_1 = A\eta\mu\frac{\pi\omega_1}{\omega_1 - \omega_2} \Rightarrow x_1 = A\eta\mu\frac{\pi}{1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}} \quad (1)$$

όμως είναι: $1 - \frac{\omega_2}{\omega_1} = 1 - \frac{2N-1}{2N+1} = \frac{2}{2N+1}$ και από τη σχέση

$$(1) \Rightarrow x_1 = A\eta\mu(2N + 1)\frac{\pi}{2} \xRightarrow{N\in\mathbb{Z}} x_1 = \pm A, \qquad \upsilon_1 = 0, \qquad \alpha_1 = \mp\, \omega_1^2\, A$$

Αντίστοιχα:

$$x_2 = A\eta\mu\omega_2 t \Rightarrow x_2 = A\eta\mu\frac{\pi\omega_2}{\omega_1 - \omega_2} \Rightarrow x_2 = A\eta\mu\frac{\pi}{\frac{\omega_1}{\omega_2} - 1} \quad (2)$$

όμως είναι: $\frac{\omega_1}{\omega_2} - 1 = \frac{2N+1}{2N-1} - 1 = \frac{2}{2N-1}$ και από τη σχέση

$$(2) \Rightarrow x_2 = A\eta\mu(2N - 1)\frac{\pi}{2} \xRightarrow{N\in\mathbb{Z}} x_2 = \mp A, \qquad \upsilon_2 = 0, \qquad \alpha_2 = \pm\, \omega_2^2\, A$$

Τελικά, από την αρχή της επαλληλίας θα έχουμε:

$$\upsilon = \upsilon_1 + \upsilon_2 \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon = 0}$$

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -\omega_1^2\, A + \omega_2^2\, A \\ \alpha = \omega_1^2\, A - \omega_2^2\, A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = (\omega_2^2 - \omega_1^2)A \\ \alpha = (\omega_1^2 - \omega_2^2)A \end{cases} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha \neq 0}$$