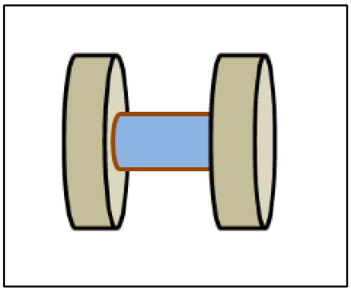
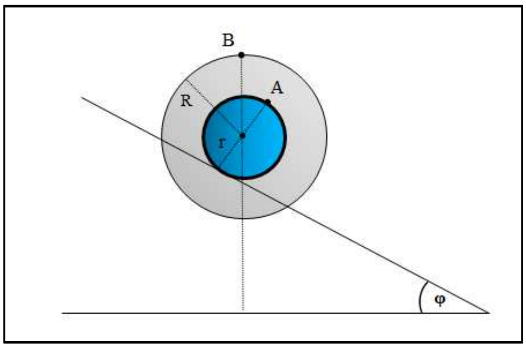
Να βρεθεί ο λόγος ταχυτήτων.



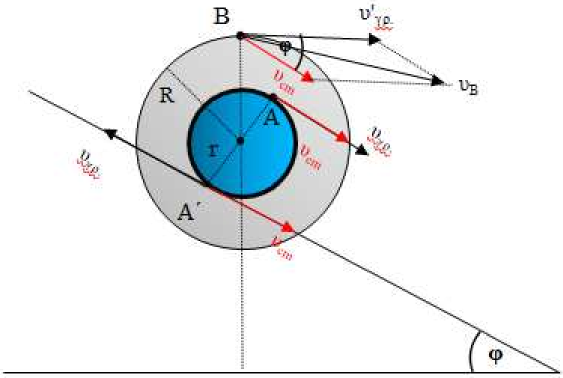
Το καρούλι του σχήματος το ακουμπάμε με τον κύλινδρο του ακτίνας r πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο και κυλά πάνω σε αυτό χωρίς να ολισθαίνει. Οι τροχοί του έχουν ακτίνα 2R και το κεκλιμένο επίπεδο σχηματίζει γωνία $\varphi=60^o$ με τον ορίζοντα. Αν ο άξονας του κυλίνδρου του έχει ταχύτητα μέτρου υ_{cm}, να βρεθεί ο λόγος των ταχυτήτων των σημείων Β προς Α.



Όπου Α το σημείο του κυλίνδρου που απέχει τη μεγαλύτερη απόσταση από το κεκλιμένο επίπεδο και Β το σημείο του στερεού που απέχει τη μεγαλύτερη απόσταση από το οριζόντιο επίπεδο.

Λύση:

Όλα τα σημεία του στερεού έχουν δύο ταχύτητες μία υ_{cm} λόγω μεταφορικής κίνησης και μία $\upsilon_{\Gamma\rho.}$ λόγω στροφικής κίνησης. Η συνολική ταχύτητα κάθε σημείο προκύπτει από το διανυσματικό άθροισμα των δύο παραπάνω ταχυτήτων.



Το στερεό εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, άρα το σημείο επαφής Α΄ του στερεού με το έδαφος έχει μηδενική ταχύτητα.

$$\upsilon'_A = 0 \to \upsilon_{cm} - \upsilon_{\Gamma\rho.} = 0 \to \upsilon_{cm} - \omega \cdot r = 0 \to \upsilon_{cm} = \omega \cdot r$$

Για τη συνολική ταχύτητα του σημείου Α έχουμε:

$$\upsilon_A = \upsilon_{cm} + \upsilon_{\Gamma\rho.} \rightarrow \upsilon_A = \upsilon_{cm} + \omega \cdot r \xrightarrow{\upsilon_{cm}=\omega\cdot r} \upsilon_A = 2\upsilon_{cm} \text{ (Σχέση 1)}$$

Για τη συνολική ταχύτητα του σημείου Β έχουμε:

$$\upsilon_B = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon'^2_{\Gamma\rho} + 2\upsilon_{cm}\upsilon'_{\Gamma\rho}\sigma\upsilon\nu 60^o} \xrightarrow{\upsilon'_{\Gamma\rho}=\omega R}$$

$$\upsilon_B = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + (\omega R)^2 + 2\upsilon_{cm}(\omega R)\cdot\sigma\upsilon\nu 60^o} \xrightarrow{R=2r}$$

$$\upsilon_B = \sqrt{\upsilon_{cm}{}^2 + (\omega 2r)^2 + 2\upsilon_{cm}\cdot\omega 2r\cdot\sigma\upsilon\nu 60^o} \xrightarrow{\upsilon_{cm}=\omega r} \upsilon_B = \sqrt{\upsilon_{cm}{}^2 + (2\upsilon_{cm})^2 + 2\cdot\upsilon_{cm}\cdot 2\upsilon_{cm}\cdot\frac{1}{2}} \rightarrow$$

$$\upsilon_B = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + 4\upsilon_{cm}^2 + 2\upsilon_{cm}^2} \rightarrow$$

$$\upsilon_B = \sqrt{7}\upsilon_{cm} \text{ (Σχέση 2).}$$

Από (σχέση 1) και (σχέση 2) προκύπτει ότι:

$$\frac{\upsilon_B}{\upsilon_A} = \frac{\sqrt{7}\,\upsilon_{cm}}{2\,\upsilon_{cm}} \rightarrow$$

$$\frac{\upsilon_B}{\upsilon_A} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$