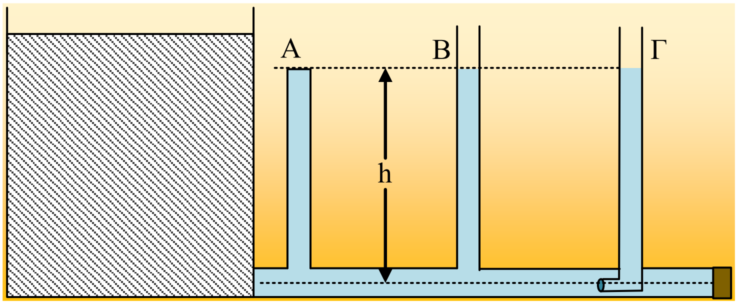
Το νερό σε τρεις κατακόρυφους σωλήνες

Στο σχήμα βλέπετε έναν λεπτό οριζόντιο κυλινδρικό σωλήνα σταθερής διατομής, ο οποίος συνδέεται κοντά στον πυθμένα ενός πολύ μεγάλου ανοικτού δοχείου με νερό. Ο σωλήνας κλείνεται στο δεξιό άκρο του με τάπα, ενώ πάνω του έχουν προσαρμοσθεί τρεις λεπτοί κατακόρυφοι σωλήνες. Ο Α είναι κλειστός και γεμάτος πλήρως με νερό μέχρι ύψος h=1m, ο Β είναι ανοικτός και το νερό έχει ανέβη επίσης κατά h, ενώ ο Γ στο κάτω άκρο του σχηματίζει μια γωνία, όπως εμφανίζεται στο σχήμα, καταλήγοντας σε οριζόντιο μικρό άνοιγμα και στον οποίο το νερό έχει ανέβη επίσης σε ύψος h.



1) Ποιο το ύψος του νερού μέσα στο δοχείο; (στο σχήμα τα τοιχώματά του είναι αδιαφανή και δεν βλέπουμε το νερό…)

2) Σε μια στιγμή ανοίγουμε την τάπα, οπότε το νερό αρχίζει να εκρέει στην ατμόσφαιρα. Αμέσως μετά την αποκατάσταση μόνιμης ροής:

i) Το νερό στον Α σωλήνα έχει ανέβη σε ύψος h_1, όπου:

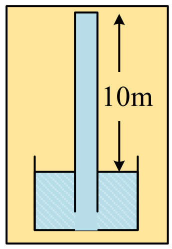
α) $h_1 = 0$, β) $h_1 < h$, γ) $h_1 = h$.

ii) Το νερό στον Β σωλήνα έχει ανέβη σε ύψος h_2, όπου:

α) $h_2 = 0$, β) $h_2 < h$, γ) $h_2 = h$.

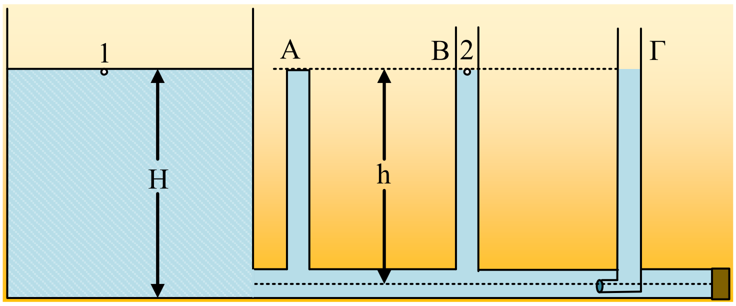
iii) Το νερό στον Γ σωλήνα έχει ανέβη σε ύψος h_3, όπου:

α) $h_3 = 0$, β) $h_3 < h$, γ) $h_3 = h$.



Υπενθυμίζεται ότι το νερό μπορεί να φτάσει σε ύψος 10m, σε κλειστό σωλήνα, ο οποίος είναι κενός.

Απάντηση:

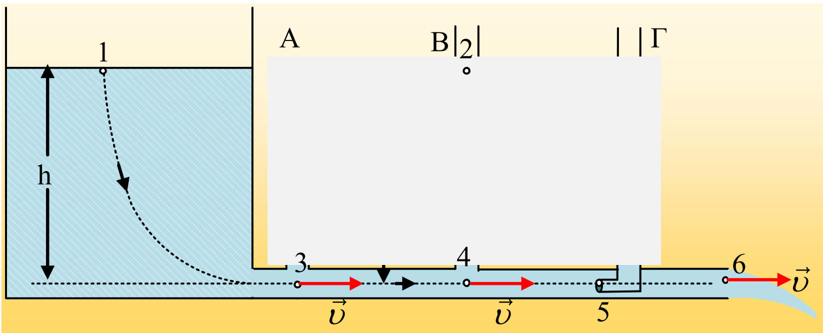


1) Αν πάρουμε το σημείο 1 στην επιφάνεια του νερού και το σημείο 2 στην πάνω επιφάνεια του σωλήνα 2 και στα δύο επικρατεί η ίδια (ατμοσφαιρική) πίεση, ενώ είναι σημεία του ίδιου υγρού. Οπότε πρέπει να

βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, πράγμα που σημαίνει ότι και στο δοχείο το νερό βρίσκεται σε ύψος H=h, όπως στο σχήμα.

(παραπάνω δεχτήκαμε αμελητέα την ακτίνα του κυλινδρικού οριζόντιου σωλήνα σε σχέση με το ύψος h, δηλαδή δεχτήκαμε ουσιαστικά ότι H=h+r≈h).

2) Στο παρακάτω σχήμα έχει σημειωθεί μια ρευματική γραμμή και η ταχύτητα ροής σε κάποια σημεία του οριζόντιου σωλήνα, ίση με την ταχύτητα εκροής στην έξοδο, αφού η ροή θεωρείται ροή ιδανικού ασυμπίεστου ρευστού και η παροχή (Π=Aυ) είναι σταθερή.



Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli για σημεία της παραπάνω ρευματικής γραμμής, για τα σημεία 3, 4 και 6 του οριζόντιου σωλήνα, όπου:

$$p + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 = \sigma\tau\alpha\theta.$$

Παίρνοντας:

$$p_3 + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 = p_4 + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 = p_6 + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2$$
$$p_3 = p_4 = p_6 = p_{\alpha\tau\mu}$$

i) Αν το σημείο 3, είναι στο κάτω μέρος του κλειστού σωλήνα Α, τότε η πίεση είναι ίση με την ατμοσφαιρική, αλλά τότε το νερό θα συνεχίζει να γεμίζει το σωλήνα (μάλιστα στο ανώτερο σημείο του σωλήνα θα επικρατεί πίεση $p_A=p_{\alpha\tau\mu}-\rho gh$ περίπου ίση με $0{,}9p_{\alpha\tau}$ …), αφού θα μπορούσε να φτάσει σε ύψος περίπου 10m.

Σωστό το γ) $h_1=h$.

ii) Το σημείο 4. είναι σημείο στο κάτω άκρο του ανοικτού σωλήνα Β, όπου η πίεση είναι ίση με την ατμοσφαιρική, άρα ο σωλήνας θα αδειάσει.

Σωστό το α) $h_2=0$.

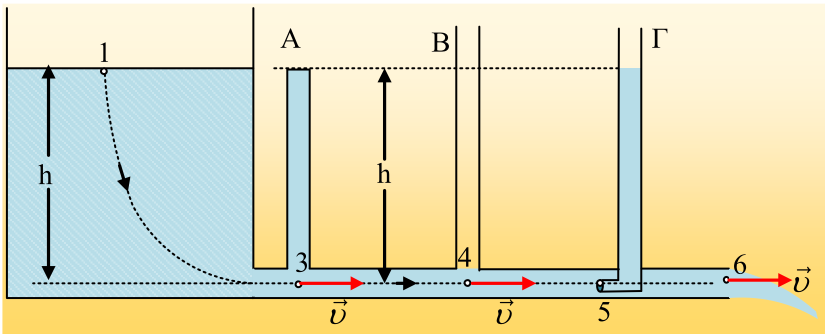
iii) Στο κάτω άνοιγμα του Γ σωλήνα έχουμε ένα σημείο αποκοπής, όπου η ταχύτητα ροής είναι μηδενική. Αν εφαρμόσουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων 1. και 5. θα πάρουμε:

$$p_1 + \rho gh + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_5 \xrightarrow{\upsilon_1\approx 0}$$
$$p_5 = p_1 + \rho gh = p_{\alpha\tau\mu} + \rho gh$$

Αλλά η παραπάνω πίεση μπορεί να επικρατεί στο κάτω μέρος του σωλήνα Γ, αν το νερό συνεχίζει να βρίσκεται σε ύψος h μέσα στο σωλήνα.

Σωστό το γ) $h_3 = h$.

Συμπερασματικά, μόλις αποκατασταθεί μόνιμη ροή στον οριζόντιο σωλήνα, τότε η εικόνα που θα πάρουμε (βγάζοντας το παραπάνω …παραβάν), θα είναι:



dmargaris@gmail.com