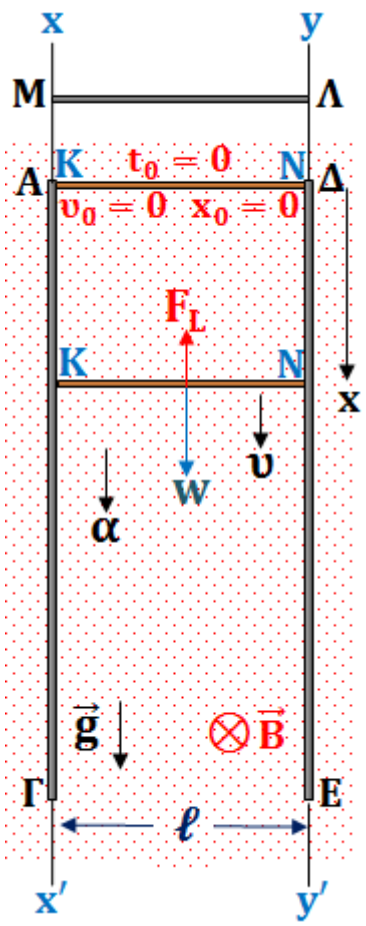
ΕΠΑΓΩΓΗ

ΘΕΜΑ

Στο επόμενο κύκλωμα οι αγωγοί ΜΛ, ΑΓ και ΔΕ έχουν αντίσταση ανά μονάδα μήκους $R^* = 0,5\Omega/m$. Ο οριζόντιος αγωγός ΜΛ έχει μήκος $\ell = 1m$, ενώ οι κατακόρυφοι ΑΓ και ΔΕ έχουν πολύ μεγάλο μήκος και στη βάση τους έχουν στερεωθεί ακλόνητα σε ηλεκτρικά μονωμένο δάπεδο.

Ένας τέταρτος αγωγός ΚΝ με μήκος ℓ, μάζας $m = 1kg$ χωρίς ωμική αντίσταση συγκρατείται ακίνητος σε επαφή με τα πάνω άκρα Α και Δ των λείων κατακόρυφων αγωγών ΑΓ και ΔΕ. Το επίπεδο του κυκλώματος είναι κατακόρυφο εντός ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης μέτρου $B = 1T$. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο αγωγός ΚΝ αφήνεται ελεύθερος να κινηθεί.

Να μελετηθεί η κίνηση του αγωγού ΚΝ και να εξεταστεί αν τελικά θα αποκτήσει σταθερή (οριακή) ταχύτητα.



Λύση

Εφαρμόζοντας το δεύτερο νόμο του Newton σε μια τυχαία θέση της κίνησης του αγωγού ΚΝ έχουμε:

$$\Sigma F = m\alpha \Leftrightarrow mg - F_L = m\alpha \Leftrightarrow mg - Bi\ell = m\alpha$$

$$\Leftrightarrow mg - \frac{(B\ell)^2}{R_{o\lambda}}\upsilon = m\alpha$$

$$\Leftrightarrow \alpha = g - \frac{(B\ell)^2}{mR^*}\frac{\upsilon}{2x+\ell} \Leftrightarrow$$

$$\alpha = 10 - 2\frac{\upsilon}{2x+1}\ (S.I.) \qquad (1)$$

Όμως ισχύει:

$$\alpha = \frac{d\upsilon}{dt} \Leftrightarrow d\upsilon = \alpha dt \overset{(1)}{\Leftrightarrow} d\upsilon = 10dt - \frac{2\upsilon}{2x+1}dt \Leftrightarrow$$

$$d\upsilon = 10dt - \frac{2}{2x+1}dx \Leftrightarrow \int_0^{\upsilon} d\upsilon = 10\int_0^{t} dt - \int_0^{x} d\ln(2x+1) \Leftrightarrow$$

$$\upsilon = 10t - \ln(2x+1)\ (S.I.) \qquad (2)$$

Παρατηρήσεις

1) Η κίνηση του αγωγού ΚΝ είναι η επαλληλία μιας ελεύθερης πτώσης και μιας μεταβαλλόμενης κίνησης που οφείλεται στην αλληλεπίδραση του αγωγού με το μαγνητικό πεδίο.(δύναμη Laplace)

2) Η κίνηση του αγωγού ΚΝ είναι επιταχυνόμενη χωρίς όμως να αποκτήσει ποτέ οριακή ταχύτητα. Αν υποθέσουμε ότι ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα τότε:

$$\alpha = 0 \Leftrightarrow 10 - 2\frac{\upsilon}{2x+1} = 0 \Leftrightarrow \upsilon = 5(2x+1) \quad (3)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (3) η ταχύτητα υ αυξάνεται με την αύξηση της μετατόπισης x του αγωγού γεγονός που οδηγεί σε άτοπο δηλαδή η υπόθεση που κάναμε δεν ευσταθεί. Στην περίπτωση που οι κατακόρυφοι αγωγοί ΑΓ και ΔΕ δεν είχαν ωμική αντίσταση, τότε ο αγωγός ΚΝ θα αποκτούσε (σταθερή) οριακή ταχύτητα ανάλογη προς τη (σταθερή) ολική αντίσταση του κυκλώματος. Εδώ όμως η ολική αντίσταση συνεχώς αυξάνεται γεγονός που δεν «επιτρέπει» τη σταθεροποιήση της ταχύτητάς του.