

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ: ΚΟΙΛΗ ΓΗ

Καθηγητής:

Καλημέρα παιδιά. Πριν ξεκινήσουμε το μάθημα, να σας ρωτήσω κάτι. Έχετε ακούσει ποτέ για τη θεωρία της Κοίλης Γης; Ότι δηλαδή η Γη είναι κούφια και μέσα της μπορεί να υπάρχει άλλος πολιτισμός;

Μαθητής:

Ε, ελάτε τώρα κύριε... αυτό είναι χαζό. Προφανώς δεν ισχύει.

Καθηγητής:

Προφανώς; Μα γιατί όχι; Δεν έχουμε πάει στο κέντρο της Γης. Ποιος λέει ότι δεν μπορεί να είναι κούφια;

Μαθητής:

Δεν ξέρω ακριβώς... αλλά... φαίνεται λάθος. Όχι απλά φαίνεται, είναι λάθος αφού υπάρχουν τόσες θεωρίες που λένε το αντίθετο.

Καθηγητής:

Ποιες θεωρίες; Απέδειξε μου ότι έχεις δίκιο και εγώ άδικο.

Μαθητής:

Ε που να ξέρω 15 χρονών πως να σας αποδείξω ότι δεν υπάρχει κοίλη Γη;

Καθηγητής:

Αυτό δείχνει ότι άκουσες κάτι αλλά ποτέ δεν μπήκες στον κόπο να αναρωτηθείς γιατί αυτό το "κάτι" πραγματικά συμβαίνει. Ένας από τους δύο μας προφανώς έχει πέσει θύμα προπαγάνδας.

Μαθητής:

Ωραία, αποδείξτε μας ότι υπάρχει κοίλη Γη.

Καθηγητής (με σοβαρό ύφος):

Παιδιά, ας δούμε τα στοιχεία. Ξέρουμε ότι η βαρύτητα στον Ισημερινό είναι ελάχιστα μικρότερη από τη βαρύτητα στους πόλους. Αυτό δεν μπορεί να εξηγηθεί μόνο από τη φυγόκεντρο δύναμη λόγω περιστροφής. Επιπλέον, σε μερικές βαθιές σπηλιές και ορυχεία έχει καταγραφεί ανεξήγητη μείωση του βαρυτικού πεδίου. Τι σημαίνει αυτό; Ότι πιθανόν το εσωτερικό της Γης δεν είναι ομοιογενές – και άρα ίσως υπάρχει κενό. Τώρα προσέξτε: Στην Ανταρκτική, υπάρχουν χάρτες του Β' Παγκοσμίου Πολέμου που δείχνουν "ειδικές περιοχές" χωρίς επίσημη εξήγηση.

Και τι βλέπουμε σε δορυφορικές εικόνες; Στις κορυφές της Γης — Βόρειος και Νότιος Πόλος — υπάρχουν στιγμές που οι εικόνες θολώνουν ή κόβονται, δήθεν λόγω "τεχνικού περιορισμού".

Άρα, συνδέουμε τα στοιχεία:

Μείωση βαρύτητας = πιθανό κενό

Αποκρυπτογραφημένοι χάρτες = πρόσβαση σε άγνωστες περιοχές

Μηδενικές πτήσεις πάνω από τους Πόλους = κάτι μας κρύβουν

Άρα; Δεν είναι ακραίο να υποθέσουμε ότι κάτι υπάρχει μέσα στη Γη. Ίσως... ένας κούφιος θάλαμος. Ίσως... ζωή."

Γιατί φαίνεται πειστικό στους μαθητές:

- Χρησιμοποιεί αληθινές πληροφορίες όπως η μικρή διαφορά βαρύτητας ή οι θολές εικόνες πόλων, αλλά τις διαστρεβλώνει.
- Χτίζει συσχετίσεις χωρίς αιτιακή σχέση "αν υπάρχει διαφορά, τότε υπάρχει κενό".
- Ανακατεύει γεγονότα με φήμες, π.χ. χάρτες του Β' Παγκοσμίου Πολέμου και "μυστικά προγράμματα".
- Εμφανίζει υποψία συνωμοσίας "κάτι μας κρύβουν", που πάντα εντυπωσιάζει.

Αναλυτική Αποδόμηση του Ψευδοεπιστημονικού Συλλογισμού:

1. Η βαρύτητα στον Ισημερινό είναι μικρότερη από τους πόλους $\Rightarrow$ Κοίλη Γη

Αληθές μέρος: Η βαρύτητα είναι όντως ελαφρώς μικρότερη στον Ισημερινό.

Λάθος συμπέρασμα: Αυτό δεν οφείλεται σε κενό στο εσωτερικό της Γης, αλλά:

- Στη φυγόκεντρο δύναμη λόγω περιστροφής της Γης.
- Στο γεγονός ότι η Γη δεν είναι τέλεια σφαίρα αλλά ελαφρώς "πλατυσμένη" στους πόλους.

Δεν χρειάζεται καμία "κούφια Γη" για να εξηγηθεί αυτό — είναι γνωστό φυσικό φαινόμενο, πλήρως προβλέψιμο από την κλασική φυσική.

2. Σε ορυχεία η βαρύτητα μειώνεται $\Rightarrow$ Υπάρχει κενό

Αληθές μέρος: Όντως, σε μεγάλο βάθος η βαρύτητα μειώνεται.

Λάθος ερμηνεία: Αυτό προβλέπεται από τη Νευτώνεια φυσική!

- Η βαρύτητα μειώνεται στο εσωτερικό μιας σφαίρας, γιατί μέρος της μάζας βρίσκεται "πάνω" σου, όχι "κάτω".
- Υπάρχουν συγκεκριμένοι τύποι για τον υπολογισμό της βαρύτητας μέσα στη Γη (νόμος Gauss για βαρυτικό πεδίο).

Δεν αποδεικνύει τίποτα παράξενο — είναι απλή Φυσική Λυκείου.

3. Οι πόλοι έχουν θολές εικόνες $\Rightarrow$ Κάτι μας κρύβουν

Ψευδές: Οι δορυφορικές εικόνες στους πόλους δεν είναι θολές επειδή κάτι κρύβεται, αλλά:

- Οι τροχιές των περισσότερων δορυφόρων δεν καλύπτουν επαρκώς τους πόλους.
- Οι περιοχές αυτές έχουν χαμηλό ενδιαφέρον για εμπορικούς χάρτες (π.χ. Google Maps).
- Τεχνικά θέματα με προβολές χάρτη κοντά στους πόλους δημιουργούν παραμορφώσεις.

Αν δεις επιστημονικές φωτογραφίες (π.χ. από τον δορυφόρο Sentinel ή το πρόγραμμα Landsat), φαίνεται καθαρά όλος ο πλανήτης, και οι πόλοι.

4. Δεν πετάνε αεροπλάνα πάνω από τους πόλους $\Rightarrow$ Άρα κάτι υπάρχει εκεί

Ψευδές: Πτήσεις πάνω από τους πόλους υπάρχουν!

- Η πτήση Air India AI 173 και άλλες διασχίζουν τον Βόρειο Πόλο.
- Πτήσεις κοντά στον Νότιο Πόλο είναι πιο σπάνιες λόγω καιρού και απόστασης, όχι γιατί "κάτι κρύβεται".

Τα δεδομένα πτήσεων είναι δημόσια και ελέγχιμα.

5. Υπάρχουν μυστικοί χάρτες από τον Β' Παγκόσμιο Πόλεμο

Ατεκμηρίωτο: Αυτό είναι κλασικό σχήμα συνωμοσιολογίας: "κάτι παλιό και μυστικό που δεν μπορείς να επαληθεύσεις".

Στην επιστήμη, χωρίς πηγή, δεν υπάρχει επιχείρημα. Αν δεν μπορεί να αποδείξει τι περιέχουν οι "χάρτες", το επιχείρημα καταρρέει μόνο του.

6. Όλα αυτά μαζί δείχνουν πως κάτι υπάρχει

Σφάλμα συλλογισμού (non sequitur): Το ότι πολλά πράγματα φαίνονται παράξενα δεν αποδεικνύει κάποιο συμπέρασμα.

Η επιστήμη θέλει:

- μετρήσεις
- πειραματικές αποδείξεις
- επαναληψιμότητα
- λογικά, σταθερά επιχειρήματα

Το ότι κάτι που ακούγεται εντυπωσιακό, ακόμα κι αν χρησιμοποιεί λέξεις από τη Φυσική, δεν είναι αλήθεια αν δεν τεκμηριώνεται. Προφανώς όμως ο μαθητής που μόλις μπήκε στο Λύκειο, δεν μπορεί να είναι σε θέση να απαντήσει με τέτοια επιχειρηματολογία.

Ο διάλογος συνεχίζεται

Μαθητής:

Κύριε μπορεί να ακούγεστε πειστικός αλλά αυτά που λέτε δεν μπορεί να είναι αλήθεια.

Καθηγητής:

Νεαρέ, έχεις δίκιο και μπράβο για το θάρρος και την πυγμή που έδειξες. Και τώρα ήρθε η ώρα να δούμε πώς πραγματικά δουλεύει η επιστήμη. Ξέρετε ποιος είναι ο καλύτερος φίλος της αλήθειας;

Άλλος μαθητής:

Η Φυσική κύριε.

Καθηγητής:

Πολύ καλή απάντηση! Η Φυσική είναι σίγουρα ο πιο άμεσος «φίλος» της αλήθειας στην προσπάθειά μας να κατανοήσουμε τον κόσμο. Μετράει, πειραματίζεται, παρατηρεί.

Όμως, χωρίς τα Μαθηματικά — και ειδικά τη Γεωμετρία — η Φυσική δεν θα μπορούσε να εκφράσει και να αποδείξει με ακρίβεια αυτά που μετράει.

Η Φυσική είναι η γλώσσα των φαινομένων, αλλά τα Μαθηματικά είναι η γλώσσα της δομής και της λογικής που της δίνει νόημα.

Μάλιστα, ο καλύτερος φίλος της αλήθειας είναι η Γεωμετρία και όχι η Άλγεβρα όπως λανθασμένα πιστεύετε.

Η Ευκλείδεια Γεωμετρία δεν βασίζεται σε "είναι προφανές", ούτε σε "κάτι διάβασα". Βασίζεται σε ορισμούς, αξιώματα και αποδείξεις. Δεν αρκεί να ακούγεται κάτι σωστό. Πρέπει να αποδεικνύεται.

Παράδειγμα: Η ισότητα γωνιών σε ισοσκελές τρίγωνο

Δεν λέμε "φαίνεται ότι είναι ίσες", το αποδεικνύουμε βήμα-βήμα, με χρήση αξιωμάτων και προηγούμενων θεωρημάτων.

Ας δούμε λίγο πώς δουλεύει η **Ευκλείδεια** Γεωμετρία (και όχι η μετρική Γεωμετρία που μάθατε στο Γυμνάσιο):

Ξεκινάμε με ορισμούς και αξιώματα (δεχόμαστε τα βασικά, π.χ. Δύο σχήματα είναι αδύνατον να είναι ταυτόχρονα ίσα και άνισα.).

Στη συνέχεια με λογική αλυσίδα συμπεραίνουμε το κάθε τι.

Και όταν ολοκληρώσουμε την απόδειξη, δεν μένει αμφιβολία.

Όπως λέμε "αφού Α, τότε Β", και "αφού Β, τότε Γ"...

Στη Γεωμετρία δεν μετράει τι "φαίνεται", αλλά τι αποδεικνύεται με συνέπεια!

Πάντως, πρέπει να ξεκαθαρίσουμε κάτι. Μπορεί η Γεωμετρία να καταρρίπτει με λογική προτάσεις που φαίνεται ότι είναι λανθασμένες αλλά δείχνει επίσης ότι προτάσεις που φαίνονται σωστές, να είναι λανθασμένες.

Παράδειγμα 1: Το ένστικτο μας βγαίνει σωστό

Πρόταση (λανθασμένη): «Κάθε τετράπλευρο με δύο ίσες πλευρές είναι τετράγωνο.»

Γιατί φαίνεται λανθασμένη;

Ξέρουμε από την καθημερινή εμπειρία και από τα σχήματα ότι δύο ίσες πλευρές δεν αρκούν για να φτιάξουν τετράγωνο. Το τετράγωνο έχει τέσσερις ίσες πλευρές και 4 ορθές γωνίες.

Γιατί είναι όντως λανθασμένη; (Αντιπαράδειγμα)

Έστω το εξής σχήμα:

Ένα τραπέζιο με τις δύο απέναντι πλευρές ίσες.

Π.χ. πλευρές $AB = CD$, αλλά οι άλλες δύο δεν είναι ίσες, και οι γωνίες δεν είναι 90° .

Άρα: Δεν είναι τετράγωνο, παρόλο που έχει δύο ίσες πλευρές.

Παράδειγμα 2: Το ένστικτο μας βγαίνει λάθος

«Το άθροισμα των γωνιών σε κάθε τρίγωνο είναι πάντα μεγαλύτερο από 180 μοίρες.»

Γιατί φαίνεται σωστή;

Μπορεί να νομίζουμε ότι επειδή κάποιες γωνίες είναι μεγάλες, το άθροισμα ξεπερνάει τις 180° .

Μπορεί να το ακούσουμε από κάποιον που δεν καταλαβαίνει τη βασική γεωμετρία.

Θέλετε απόδειξη ότι η πρόταση είναι λανθασμένη; Ορίστε:

Από μια κορυφή, π.χ. την Α, φέρουμε ευθεία $xy \parallel BG$. Τότε $\omega = B$ (1) και $\phi = \Gamma$ (2), ως εντός και εναλλάξ των παραλλήλων xy και BG με τέμνουσες AB και AG αντίστοιχα.

Αλλά $\omega + A + \phi = 2\angle$ (3).

Από τις (1), (2) και (3) προκύπτει ότι $A + B + \Gamma = 2\angle$

Η Γεωμετρία λοιπόν είναι ο καλύτερος φίλος της αλήθειας. Ο ίδιος ο Αινστάιν με ένα βιβλίο γεωμετρίας εντυπωσιάστηκε από το γεγονός ότι μη προφανείς προτάσεις μπορούν να αποδειχτούν με τη λογική και με απλά αξιώματα.

Ο ίδιος με τη βοήθεια της Γεωμετρίας ανέπτυξε τη Γενική θεωρία της σχετικότητας και τη γνωστή σε όλους εξίσωση: $E=mc^2$

Το Ηθικό δίδαγμα

Στη Γεωμετρία — όπως και σε κάθε επιστήμη — δεν αρκεί κάτι να φαίνεται σωστό ή λάθος. Αυτό που μετράει είναι να μπορεί να αποδειχθεί.

Μπορούμε να λέμε "το βλέπω", "το νιώθω", "το άκουσα", αλλά μόνο όταν βασιστούμε σε λογική, ορισμούς και αποδείξεις, στεκόμαστε πάνω σε γερά θεμέλια.

Γιατί η επιστήμη δεν στηρίζεται στην αυθεντία ή στη διαίσθηση, αλλά στη σκέψη που μπορεί να ελεγχθεί και να επαληθευτεί από τον καθένα.

Αυτό είναι το δώρο της Γεωμετρίας: Μας μαθαίνει όχι απλώς να πιστεύουμε, αλλά να γνωρίζουμε το γιατί.

Επιμέλεια: Χρήστος Κοτσακινός (Φυσικός)