

**ΑΝΩΤΑΤΗ  
ΣΧΟΛΗ  
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗΣ ΚΑΙ  
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**

<b>ΜΑΘΗΜΑ</b>	<b>ΤΜΗΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ</b>
<b>ΦΥΣΙΚΗ</b>	<b>Μηχανολόγων Μηχανικών</b>
	<b>Ηλεκτρονικών Μηχανικών</b>

**Καθηγητής Σιδεράς Ευστάθιος**

# ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ ΚΥΜΑΤΩΝ

Αρχή της Υπέρθεσης

Στάσιμα Κύματα – Τρόποι Ταλάντωσης Ελαστικού  
Μέσου.

# ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΥΠΕΡΘΕΣΗΣ

*Υπέρθεση δυο Κυμάτων*

$$D_{net} = D_1 + D_2$$

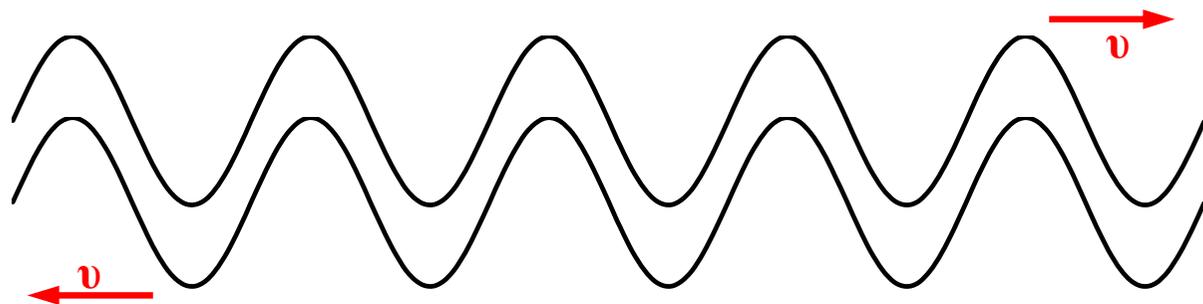
*Υπέρθεση πολλών Κυμάτων*

$$D_{net} = D_1 + D_2 + D_3 + \dots + D_N \quad \Rightarrow$$
$$D_{net} = \sum_{i=1}^{n=N} D_i$$

Όπου:  $D_i = A \sin(kx_i - \omega t + \varphi_{0i})$

## ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ

Τα Στάσιμα Κύματα είναι το αποτέλεσμα της Συμβολής δυο κυμάτων τα οποία έχουν ίσες συχνότητες, ίσα πλάτη και διαδίδονται σε αντίθετες κατευθύνσεις



$$D_1 = A \sin(kx - \omega t)$$

$$D_2 = A \sin(kx + \omega t)$$

$$D_{\text{net}} = D_1 + D_2 = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t) = A(\sin(kx - \omega t) + \sin(kx + \omega t))$$

Τριγωνομετρική ταυτότητα:  $\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$

$$D_{\text{net}} = 2A \sin(kx) \cos(-\omega t) \Rightarrow D_{\text{net}} = 2A \sin(kx) \cos(\omega t) \Rightarrow \boxed{D_{\text{net}} = A(x) \cos(\omega t)}$$

$$\boxed{A(x) = 2A \sin(kx)}$$

Το αποτέλεσμα της σύνθεσης των δυο κυμάτων δεν περιλαμβάνει τον παράγοντα  $(kx \pm \omega t)$  και ως εκ τούτου δεν είναι κύμα

Είναι ταλάντωση της οποίας το πλάτος εξαρτάται από τη θέση  $x$

## ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ

Εξίσωση Στάσιμου κύματος:  $D_{\text{net}} = 2A(x) \cos(\omega t)$

Πλάτος Στάσιμου κύματος:  $A(x) = 2A \sin(kx)$

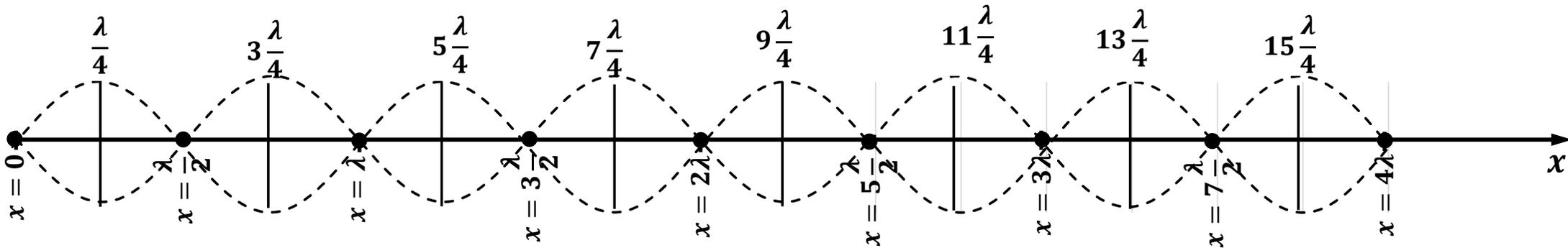
Διερεύνηση Στάσιμου κύματος:

$$A(x) = 0 \Rightarrow \cancel{2A} \sin(kx) = 0 \Rightarrow \sin(kx) = 0 \Rightarrow kx = m\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = m\pi \Rightarrow x = m \frac{\lambda}{2}$$

$$A(x) = 0 \Rightarrow x = m \frac{\lambda}{2} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{Δεσμοί})$$

$$A(x) = 2A \Rightarrow \cancel{2A} \sin(kx) = \cancel{2A} \Rightarrow \sin(kx) = 1 \Rightarrow kx = (2m + 1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = (2m + 1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$A(x) = 2A \Rightarrow x = (2m + 1) \frac{\lambda}{4} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{Κουλίες})$$

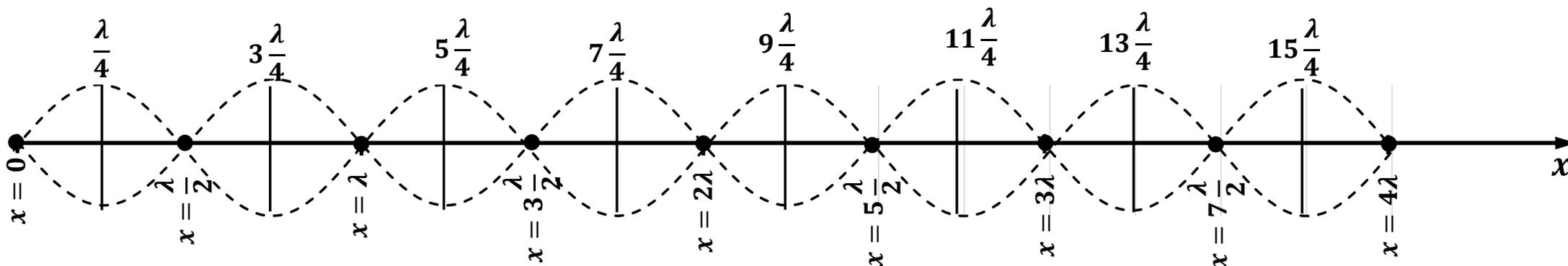


## ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ

$$A(x) = 0 \Rightarrow x = m \frac{\lambda}{2} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{Δεσμοί})$$

$$A(x) = 2A \Rightarrow x = (2m + 1) \frac{\lambda}{4} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{Κοιλίες})$$

Διερεύνηση Στάσιμου κύματος:



Στάσιμα κύματα σε χορδή ή σε κλειστό / κλειστό ηχητικό σωλήνα ή ανοιχτό / ανοιχτό ηχητικού σωλήνα μήκος  $L$ :  $L = m \frac{\lambda}{2} \quad m = 1, 2, 3, \dots$

Στάσιμα κύματα σε κλειστό / ανοιχτό ηχητικό σωλήνα μήκος  $L$ :  $L = (2m + 1) \frac{\lambda}{4} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$

## ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ

Στάσιμα κύματα σε χορδή ή σε κλειστό / κλειστό ηχητικό σωλήνα ή ανοιχτό / ανοιχτό ηχητικού σωλήνα μήκους  $L$ :  $L = m \frac{\lambda}{2} \quad m = 1, 2, 3, \dots$

Στάσιμα κύματα σε κλειστό / ανοιχτό ηχητικό σωλήνα μήκους  $L$ :  $L = (2m + 1) \frac{\lambda}{4} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$

Ταχύτητα κύματος:  $v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f}$

Για συγκεκριμένο μήκος  $L$  χορδής η ηχητικού σωλήνα:

Κλειστό/κλειστό ή ανοιχτό/ανοιχτό σύστημα:  $L = m \frac{v}{2f_m} \Rightarrow f_m = m \frac{v}{2L} \quad m = 1, 2, 3, \dots$

Θεμελιώδης αρμονική σε κλειστό/κλειστό και ανοιχτό/ανοιχτό σύστημα,  $m = 1$ :  $f_1 = \frac{v}{2L}$

Κλειστό/ανοιχτό σύστημα:  $L = (2m + 1) \frac{v}{4f_m} \Rightarrow f_m = (2m + 1) \frac{v}{4L} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$

Θεμελιώδης αρμονική σε κλειστό/κλειστό σύστημα,  $m = 0$ :  $f_0 = \frac{v}{4L}$