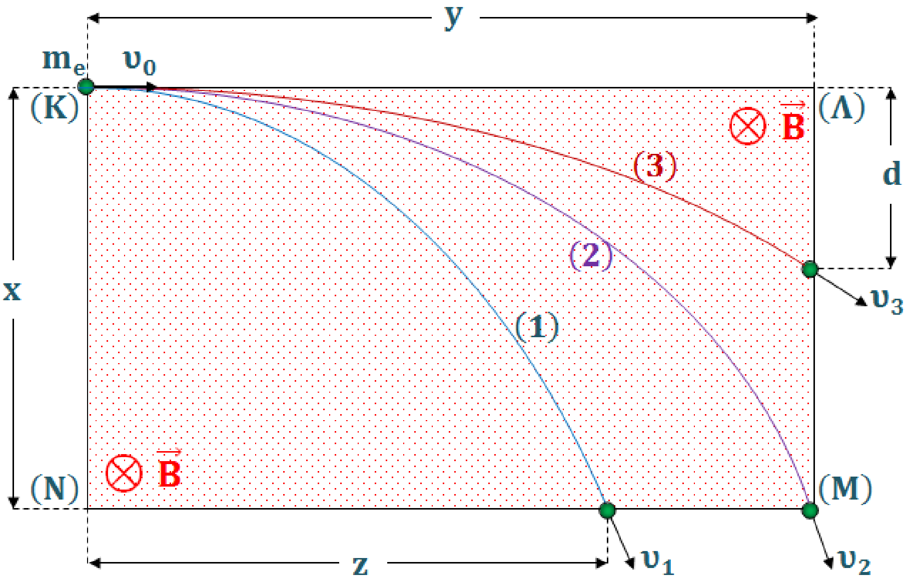
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΥΝΑΜΗ LORENTZ
ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΕΣ ΤΡΟΧΙΕΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΩΝ ΣΤΟ Ο. Μ. Π.

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ

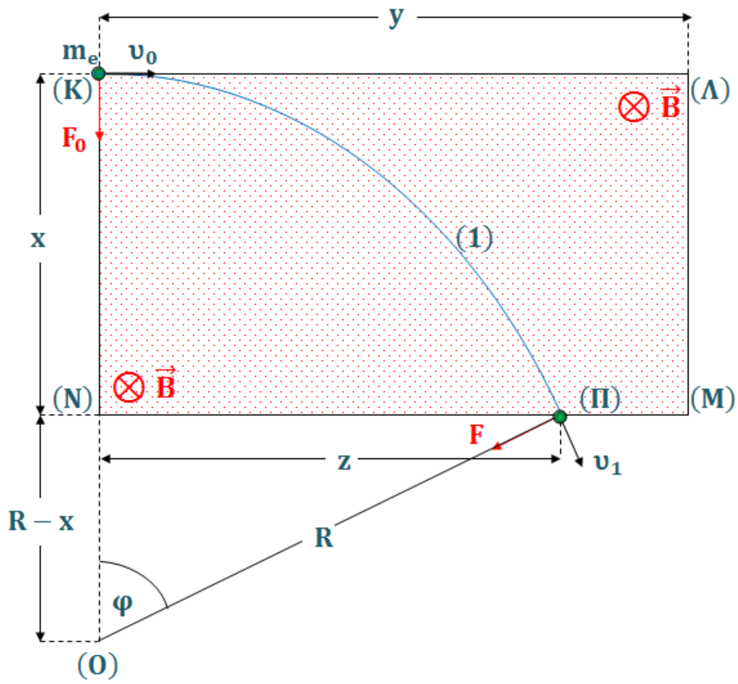
Ένα ηλεκτρόνιο $(m_e, -e)$ εισέρχεται από το σημείο (K), σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ η εγκάρσια τομή του οποίου είναι το ορθογώνιο ΚΛΜΝ, διαστάσεων x, y. Η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ του ηλεκτρονίου είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου και παράλληλη στην πλευρά (ΚΛ), του ορθογωνίου.
Το ηλεκτρόνιο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση στο ομογενές μαγνητικό πεδίο ακτίνας R που είναι ίση με τη διαγώνιο του ορθογωνίου ΚΛΜΝ.



ΤΑ ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ

1) Να αποδειχθεί ότι το ηλεκτρόνιο δε μπορεί να πραγματοποιήσει την τροχιά (1) και να εξέλθει από σημείο της πλευράς (ΝΜ) αν $y \leq \sqrt{3}x$.
Αν $y \leq \sqrt{3}x$ να αποδειχθούν:
2) Για την απόκλιση του σωματιδίου στο ομογενές μαγνητικό πεδίο ισχύει ότι: $d = R - x$
3) Ο μέγιστος χρόνος παραμονής του σωματιδίου στο ομογενές μαγνητικό πεδίο είναι ίσος με: $\Delta t_{max} = \dfrac{T}{6}$ όπου T η περίοδος της κυκλικής κίνησης.
4) Η μέγιστη τιμή του μέτρου της μεταβολής της ορμής του ηλεκτρονίου στο ομογενές μαγνητικό πεδίο είναι ίση με: $|\Delta p|_{max} = p_0$, όπου p_0 το μέτρο της ορμής του ηλεκτρονίου.

Η ΛΥΣΗ
1) Έξοδος από την πλευρά (ΜΝ)



Ας υποθέσουμε ότι το ηλεκτρόνιο εξέρχεται από το σημείο (Π) της πλευράς (ΜΝ). Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο (ΟΝΠ).

$$z^2+(R-x)^2 = R^2 \Leftrightarrow$$
$$z^2+R^2-2Rx+x^2 = R^2 \Leftrightarrow$$
$$z^2 = 2Rx - x^2 \quad (1)$$

Επιπλέον

$$z \leq y \Leftrightarrow$$
$$z^2 \leq y^2 \Leftrightarrow$$
$$2Rx - x^2 \leq R^2 - x^2 \Leftrightarrow$$
$$2Rx \leq R^2 \Leftrightarrow$$
$$2x \leq R \Leftrightarrow 4x^2 \leq R^2 \Leftrightarrow$$
$$4x^2 \leq x^2 + y^2 \Leftrightarrow$$
$$y^2 \geq 3x^2 \Leftrightarrow$$
$$y \geq \sqrt{3}x$$

Για τη γωνία εκτροπής φ ισχύει:

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{R-x}{R}$$

Όμως:

$$2x \leq R \Leftrightarrow \frac{x}{R} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{x}{R} \geq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 1-\frac{x}{R} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{R-x}{R} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$
$$\sigma\upsilon\nu\varphi \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi \geq \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \varphi \leq \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \varphi_{max} = \frac{\pi}{3}$$

Εφόσον:

$$\varphi \leq \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \omega\Delta t \leq \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \frac{2\pi}{T}\Delta t \leq \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \Delta t \leq \frac{T}{6} \Leftrightarrow \Delta t_{max} = \frac{T}{6}$$

Για το μέτρο της μεταβολής της ορμής έχουμε:

$$|\Delta p| = \sqrt{p_0^2 + p_1^2 + 2p_0p_1\sigma\upsilon\nu(\pi-\varphi)} \Leftrightarrow |\Delta p| = \sqrt{p_0^2 + p_1^2 - 2p_0p_1\sigma\upsilon\nu\varphi}$$

Όμως $p_0 = p_1$, αφού το ηλεκτρόνιο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Άρα μπορούμε να γράψουμε:

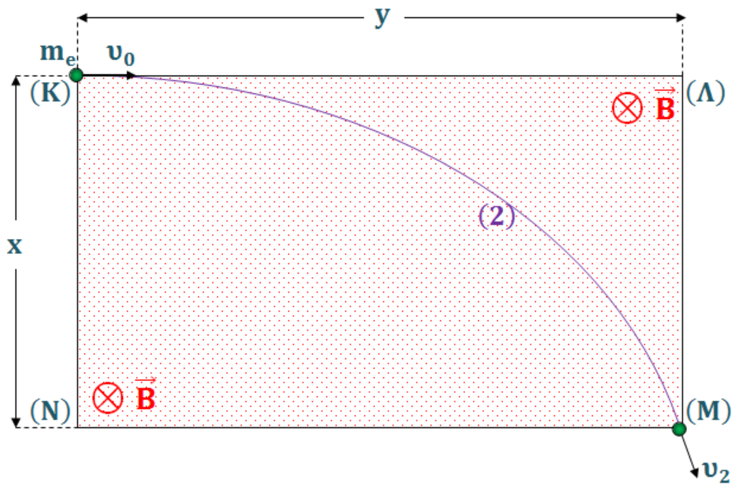
$$|\Delta p| = \sqrt{2p_0^2(1-\sigma\upsilon\nu\varphi)}$$

Επειδή $\sigma\upsilon\nu\varphi \geq \frac{1}{2}$ είναι: $|\Delta p| \leq p_0 \Leftrightarrow |\Delta p|_{max} = p_0$

2) Έξοδος από την κορυφή (M)

Ας υποθέσουμε ότι το ηλεκτρόνιο εξέρχεται από την κορυφή (M). Τότε σύμφωνα με την ανάλυση που κάναμε στην παράγραφο 1) είναι $z = y$, οπότε προκύπτουν οι σχέσεις:

$$y \leq \sqrt{3}x, R \leq 2x,$$
$$\varphi_{max} = \frac{\pi}{3}, \Delta t_{max} = \frac{T}{6}$$
$$\text{και } |\Delta p|_{max} = p_0$$



3) Έξοδος από την πλευρά (ΛM)

Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο (ZOP):

$$y^2+(R-d)^2 = R^2$$

Όμως σύμφωνα με την συνθήκη του προβλήματος

$$y^2+x^2 = R^2$$

Συγκρίνοντας τις δυο σχέσεις προκύπτει:

$$d = R - x$$

Επιπλέον εργαζόμενοι όπως στην παράγραφο 1) προκύπτουν:

$$y \leq \sqrt{3}x, R \leq 2x,$$
$$\varphi_{max} = \frac{\pi}{3}, \Delta t_{max} = \frac{T}{6}$$
και
$$|\Delta p|_{max} = p_0$$