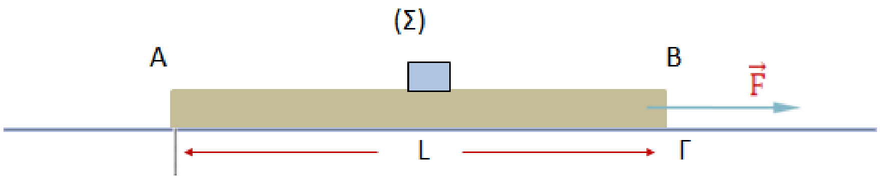
Συνήθως η τριβή εμφανίζεται σε εφαρμογές κίνησης σώματος πάνω σε μια **ακίνητη** επιφάνεια . Τι συμβαίνει όμως όταν κινούνται και τα δυο σώματα που βρίσκονται σε επαφή ολισθαίνοντας το ένα ως προς το άλλο, ενώ οι επιφάνειές τους **δεν** είναι λείες; Μπορεί το έργο της τριβής που ασκείται σε ένα σώμα να είναι θετικό; Η απάντηση στο παρακάτω θέμα .

ΤΟ ΘΕΜΑ:

Κιβώτιο τομής ΑΒΓΔ , μάζας M = 2 Kg που το μήκος του ΑΒ = L είναι



μεγάλο, είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και πάνω του βρίσκεται ακίνητο σώμα (Σ) μάζας m = 1 Kg. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης κιβωτίου – σώματος (Σ) είναι μ = 0,2.

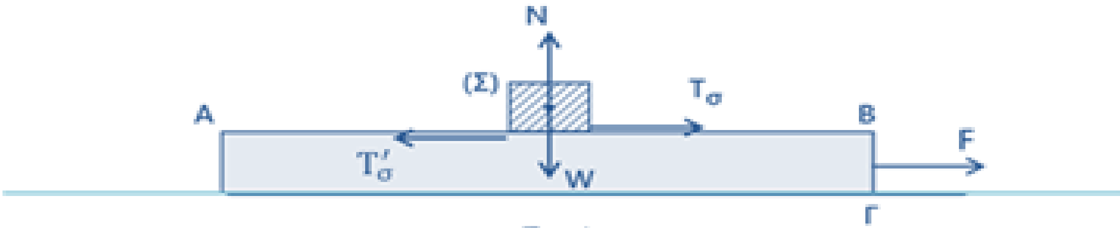
Κάποια στιγμή ασκείται στο κιβώτιο οριζόντια σταθερή δύναμη $\vec{F}$.

1. Αν κατά μέτρο $|F|$ = 5 N δεν παρατηρείται ολίσθηση του σώματος (Σ) πάνω στο κιβώτιο. Υπολογίστε:
   i. Την επιτάχυνση των σωμάτων.
   ii. Το έργο της τριβής για μετατόπιση του κιβωτίου κατά Δx = 3 m

2. Ποιά η μέγιστη τιμή της $\vec{F}$ ώστε να μην ολισθαίνει το σώμα (Σ) πάνω στο κιβώτιο;
3. Αν $|F|$ = 10N τότε για μετατόπιση του κιβωτίου κατά Δx= 2m υπολογίσετε:
   i. τη μετατόπιση του σώματος (Σ) ως προς το κιβώτιο.
   ii. το ποσό της θερμότητας που εκλύεται προς το περιβάλλον από το σύστημα κιβώτιο – σώμα (Σ)
   iii. Ποιό το έργο που εκφράζει – μετράει το εκλυόμενο ποσό θερμότητας προς το περιβάλλον; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.
   Δίνεται g = 10m/s^2
   Οι κινήσεις του κιβωτίου και του σώματος (Σ) είναι μεταφορικές. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μ θεωρείται ίσος με το συντελεστή οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής $μ_σ$ ($μ = μ_σ$).

ΛΥΣΗ

1. Στο σχήμα 1 η τριβή που αναπτύσσεται μεταξύ κιβωτίου και σώματος (Σ) είναι στατική . Δεν έχουμε ολίσθηση του (Σ) πάνω στο κιβώτιο. Μπορούμε να θεωρήσουμε τα δυο σώματα σαν ένα με μάζα M+m οπότε:



Σχ. 1

Σώμα M + m : ΣF=(M+m)α ⟶F=(M+m)α ⟶$\alpha=\frac{5}{3}$m/s²

Σώμα (Σ) : T_σ=mα ή $T_\sigma=\frac{5}{3}$ N και W_{T_σ} = |Tσ||Δx| ή W_{T_σ}=+5J

Κιβώτιο:| T'_σ | = | T_σ | και $W_{T'_\sigma}$ = - |T_σ| |Δx| ή $W_{T'_\sigma}$ = -5J

Είναι **W_{T_σ} + $W_{T'_\sigma}$ = 0 .** Όση ενέργεια προσφέρεται στο (Σ) με το έργο W_{T_σ}τόση ακριβώς αφαιρείται από ο κιβώτιο με το έργο $W_{T'_\sigma}$. **Το συνολικό ενεργειακό αποτέλεσμα των T_σ και T'_σ στο σύστημα κιβώτιο – σώμα (Σ) είναι μηδέν!**

2. Θεωρούμε ότι το Σώμα Σ δεν ολισθαίνει πάνω στο κιβώτιο οπότε:

<u>Σώμα Σ</u> : $\Sigma F_\Sigma = m\,\alpha_\Sigma$ ή $T_\sigma = m\,\alpha_\Sigma$ **(1)**

<u>Κιβώτιο και σώμα Σ ως ένα σώμα:</u> ΣF = (M+m) α ή F = (M+m) α **(2)**

Επειδή $\alpha_\Sigma = \alpha$: **T_σ = m α (3)**

και **F = (M+m) α (4)**

Από (3) , (4) ⇒ $\frac{F}{T_\sigma} = \frac{M+m}{m}$ ⇒ F. m = T_σ (M+m) ή

$T_\sigma = \frac{m}{M+m}$ F (5)

Όμως $T_\sigma \leq T_{\sigma,max} = \mu_\sigma N = \mu_\sigma m g$ (6)

Από (5),(6) ⇒ $\frac{m}{M+m}$ **F** $\leq \mu_\sigma m g$ ή **F** $\leq \mu_\sigma (M+m) g$

F_{max} $= \mu_\sigma (M+m) g$ ή **F_{max}** = 6 N

3. Για F = 10 N **(F > F_{max})** θα έχουμε ολίσθηση του Σ πάνω στο κιβώτιο (προς τα αριστερά ως προς το κιβώτιο). Η τριβή τώρα θα είναι ολίσθησης.

i. Είναι διανυσματικά: $\vec{T}'=-\vec{T}$ και κατά μέτρο: $|T| = |T'| = \mu\ N = \mu\ m\ g$ ή $|T| = |T'| = 2$ N

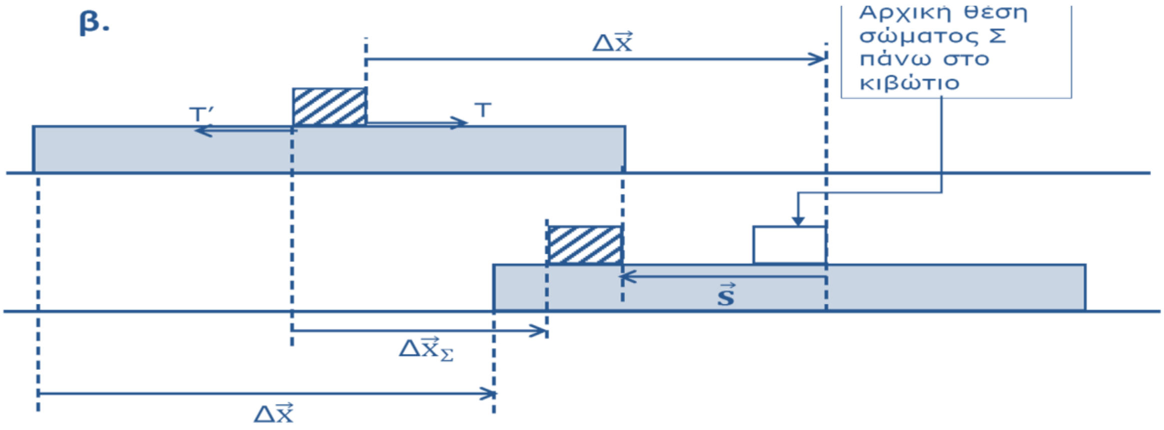
<u>Σώμα Σ:</u> $\Sigma F_\Sigma = m\,\alpha_\Sigma$ ή $T = m\,\alpha_\Sigma$ ⇒ $\alpha_\Sigma = 2$ m/s²

<u>Κιβώτιο:</u> $F - T' = M\,\alpha_K$ ή $F - T = M\,\alpha_K$ ⇒ $\alpha_K = 4$ m/s²

Και από $\Delta x = \frac{1}{2}\alpha_K t^2$ ⇒ $t = \sqrt{\frac{2\Delta x}{\alpha_K}}$ ή t = 1 sec.

Και σώμα (Σ) : $\Delta X_\Sigma = \frac{1}{2}\alpha_\Sigma t^2$ ή $\Delta X_\Sigma = 1$ m

Αν $\vec{S}$ η μετατόπιση του σώματος (Σ) ως προς το κιβώτιο τότε ισχύει: :
$\boldsymbol{\Delta\vec{x}_\Sigma = \Delta\vec{x} + \vec{S}}$ (σχήμα 2).



Σχ. 2

κατά μέτρο: $|\Delta x| = |\Delta x_\Sigma| + |S|$ (6) $\Rightarrow$ $|S| = 1$ m

ii. $W_T = |T|\,|\Delta x_\Sigma| = |T|\,(|\Delta x| - |S|)$ **και** $W_{T'} = -\,|T|\,|\Delta x|$

$W_T + W_{T'} = |T|\,(|\Delta x| - |S|) - |T|\,|\Delta x|$ ή $\boldsymbol{W_T + W_{T'} = = -\,|T|\,|S|)}$ **(α).**

Θ.Μ.Κ.Ε.:

Σώμα Σ: $\frac{1}{2} m\, \upsilon_\Sigma^2 - 0 = W_T$ = **(7)**

Κιβώτιο: $\frac{1}{2} M\, \upsilon_K^2 - 0 = W_F + W_{T'}$ **(8)**

$(7) + (8)$: $\frac{1}{2} M\, \upsilon_K^2 + \frac{1}{2} m\, \upsilon_\Sigma^2 = W_F + W_T + W_{T'} = |F|\,|\Delta x| - |T|\,|S|$ ή

$K_{ολ} = |F|\,|\Delta x| - |T|\,|S|$

ή $E_{προσ} = K_{ολ} + |T|\,|S|$ **(β)** (προφανώς $E_{προσ} = W_F = |F|\,|\Delta x|$)

Από Α.Δ.Ε. : $E_{προσ} = K_{ολ} + E_{απωλ}$ ή $E_{προσ} = K_{ολ} + Q_{θερ}$ **(γ)** .

Από (α), (β), (γ) προκύπτει: $\boldsymbol{Q_{θερμ} = |W_T + W_{T'}| = |T|\,|S|}$ **(δ)** **ή** $\boldsymbol{Q_{θερμ} = 2J}$

iii. Από (α), (δ) προκύπτει ότι το εκλυόμενο ποσό θερμότητας το εκφράζει το έργο $\boldsymbol{W_T + W_{T'}}$ **.**

<u>Φυσική σημασία του αποτελέσματος:</u>

1. Θερμότητα εκλύεται καθώς το σώμα (Σ) μετατοπίζεται **ως προς το κιβώτιο** με το οποίο βρίσκεται σε επαφή ($Q_{θερ} = |\mathrm{T}|\,|\mathrm{S}|$ **).** Δεν έχουν καμία σημασία οι μετατοπίσεις ως προς σύστημα αναφοράς το λείο δάπεδο ή οποιοδήποτε άλλο αδρανειακό σύστημα αναφοράς.
2. Η $\vec{T}$ προσφέρει με το έργο της ενέργεια στο σώμα Σ ($W_T>0$) . Όμως , η $\vec{T}'$ αφαιρεί με το έργο της ενέργεια από το κιβώτιο ($W_{T'}<0$) ($*$). Επειδή $|W_T| < |W_{T'}|$ οι δυνάμεις $\vec{T}$ και $\vec{T}'$ με το συνολικό έργο τους αφαιρούν ενέργεια από το σύστημα κιβώτιο - σώμα Σ ($W_T + W_{T'} < 0$) . Η ενέργεια αυτή μεταφέρεται τελικά στο περιβάλλον με τη μορφή θερμότητας!
3. **Συνοψίζοντας**: $E_{απωλ} = Q_{θερ} = |W_T + W_{T'}| = |\mathrm{T}|\,|\mathrm{S}|$.

<u>Σχέση τριβής ολίσθησης - θερμότητας:</u>

Οι δυνάμεις της τριβής προκαλούν μεταφορά μέρους της προσφερόμενης στο σύστημα των δύο σωμάτων ενέργειας από την μεγάλης κλίμακας κίνηση των σωμάτων, σε μικρής κλίμακας κίνηση των δομικών μονάδων τους, στο εσωτερικό τους. Έτσι αυξάνεται η εσωτερική κινητική ενέργεια των δομικών μονάδων τους κατά $\Delta K'$, $\Delta K' = |W_T + W_{T'}|$**. Έχουμε μετατροπή της τακτικής κίνησης σε άτακτη.** Αυτό έχει ως μακροσκοπικό αποτέλεσμα την αύξηση της θερμοκρασίας τους. Αν η λεία επιφάνεια είναι θερμομονωτική και η ανωτέρω διάταξη βρίσκεται στο κενό η προσφερόμενη ενέργεια θα παραμένει στο σύστημα των σωμάτων ως μακροσκοπική κινητική ενέργεια $\frac{1}{2} M υ_K^2 + \frac{1}{2} m υ_Σ^2$ και ως μικροσκοπική κινητική ενέργεια $\Delta K'$, δηλαδή $E_{προσ} = \frac{1}{2} M υ_K^2 + \frac{1}{2} m υ_Σ^2 + \Delta K'$ που αποτελεί έκφραση της ΑΔΕ ($**$) .

Αν όμως το περιβάλλον (ατμόσφαιρα , λεία επιφάνεια) λειτουργεί ως δεξαμενή σταθερής θερμοκρασίας τότε η $\Delta K'$ θα μεταφερθεί στο περιβάλλον με τη μορφή θερμότητας λόγω διαφοράς θερμοκρασίας ,$Q_{θερ} = \Delta K' = |W_T + W_{T'}|$**.**

($*$)Υπάρχει περίπτωση όπου είναι $W_T = 0$ και $W_{T'} < 0$. Αλλά σε αυτό θα αναφερθούμε σε επόμενη δημοσίευση.

($**$) Με την αύξηση της θερμοκρασίας του συστήματος των σωμάτων θα αυξηθεί σύμφωνα με το Νόμο των Στέφαν - Μπόλτσμαν και ο ρυθμός ακτινοβολούμενης ενέργειας (ακτινοβολία «μέλανος» σώματος) .