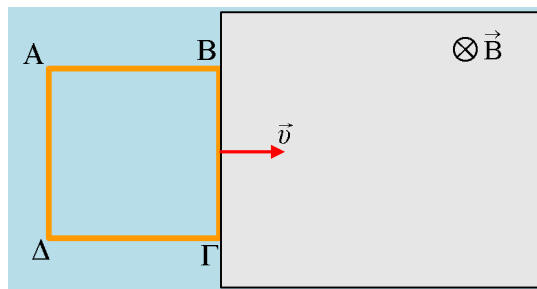


Ένα πλαίσιο μπαίνει σε μαγνητικό πεδίο

Το τετράγωνο άκαμπτο μεταλλικό πλαίσιο πλευράς $a=0,8\text{m}$ και αντίστασης $R=0,4\Omega$ κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα $v=1\text{m/s}$ και τη στιγμή $t=0$, φτάνει στα όρια ενός κατακόρυφου ομογενούς μαγνητικού πεδίου με ένταση $B=1,5\text{T}$, όπως στο σχήμα (κάτωψη). Θεωρώντας την κάθετη στο πλαίσιο να έχει φορά ίδια με την ένταση του πεδίου, ζητούνται για



το χρονικό διάστημα $0 \leq t \leq t_1$, όπου τη στιγμή $t_1=1,2\text{s}$, όλο το πλαίσιο βρίσκεται εντός του πεδίου:

- Η γραφική παράσταση της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το πλαίσιο σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Η ηλεκτρεγερτική δύναμη που αναπτύσσεται στο πλαίσιο
- Η γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο.
- Η οριζόντια δύναμη F που είναι απαραίτητη να ασκούμε στο πλαίσιο για την κίνησή του.
- Η ισχύς της παραπάνω δύναμης τη στιγμή $t_2=0,6\text{s}$, καθώς και η ηλεκτρική ισχύς την ίδια στιγμή.
- Η συνολική θερμότητα που εμφανίζεται στο πλαίσιο και το αντίστοιχο έργο της F .

Απάντηση:

- i) Έστω ότι τη στιγμή t το πλαίσιο έχει μετατοπισθεί κατά x , όπου $x=vt$, ευρισκόμενο στη θέση που δείχνει το σχήμα.

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του πλαισίου τη στιγμή αυτή είναι:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \sin \alpha = B \cdot S = B \cdot a \cdot x = B \cdot a \cdot vt = 1,5 \cdot 0,8 \cdot 1 \cdot t = 1,2t \quad (S.I.)$$

Αφού η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων $\vec{B}$ και $\vec{n}$ είναι $\alpha=0^\circ$.

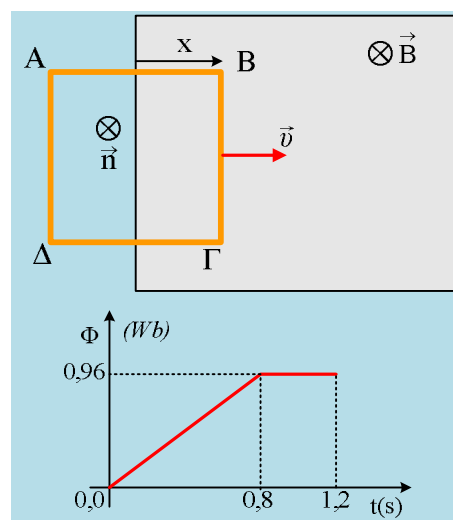
Η παραπάνω σχέση ισχύει μέχρι να ολοκληρωθεί η είσοδος του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο, δηλαδή μέχρι τη στιγμή όπου $x=a$, ή τη στιγμή $t' = a/v = 0,8\text{s}$. Από κει και πέρα και μέχρι να αρχίσει η έξοδος από το πεδίο, η ροή παραμένει σταθερή με τιμή:

$$\Phi = B \cdot a^2 = 0,96 \text{ Wb}$$

Με βάση αυτά η ζητούμενη γραφική παράσταση είναι όπως στο διπλανό σχήμα. Ας σημειωθεί ότι δεν γνωρίζουμε τις διαστάσεις του πεδίου και ποια χρονική στιγμή θα αρχίσει η έξοδος του πλαισίου, οπότε μένουμε αυστηρά στο χρονικό διάστημα για το οποίο έχουμε πληροφορίες (0-1,2s).

- ii) Στο διάστημα από 0-0,8s η κλίση στο διάγραμμα Φ - t παραμένει σταθερή, συνεπώς η στιγμιαία ΗΕΔ από επαγωγή, παραμένει σταθερή και ίση με την μέση ΗΕΔ:

$$E = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{0,96 - 0}{0,8 - 0} \text{ V} = -1,2\text{V}$$



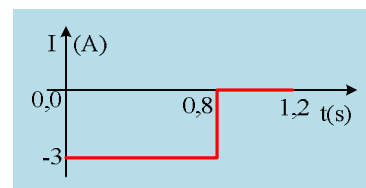
Αντίθετα στη συνέχεια για $t > 0,8\text{s}$ η μαγνητική ροή παραμένει σταθερή, οπότε $E=0$.

iii) Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα παίρνουμε:

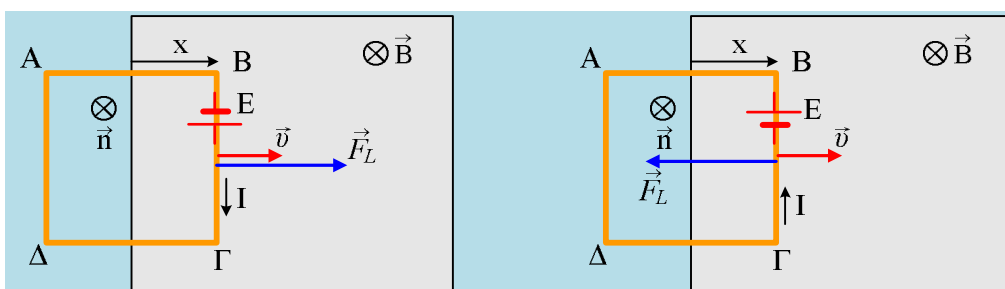
$$I = \frac{E}{R_{ολ}} = \frac{E}{R} = \frac{-1,2V}{0,4\Omega} = -3A$$

Για το χρονικό διάστημα $0 \leq t \leq 0,8\text{s}$, ενώ στη συνέχεια $I=0$.

Με βάση αυτά η μορφή του διαγράμματος είναι αυτή του σχήματος.



iv) Ποια είναι η φορά της παραπάνω έντασης που υπολογίστηκε αρνητικής τιμής; Μπορούμε να την βρούμε με βάση τον κανόνα του Lenz. Το ρεύμα πρέπει να έχει τέτοια φορά ώστε να αντιτίθεται στην αιτία που το δημιουργεί, δηλαδή στην περίπτωση μας στην είσοδο του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο. Προφανώς έχουμε δύο περιπτώσεις, όπως παρουσιάζονται στα σχήματα:



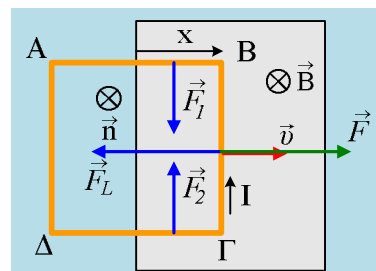
Αν η εμφανιζόμενη ΗΕΔ από επαγωγή έχει την πολικότητα του πρώτου σχήματος, τότε η ένταση του ρεύματος θα είχε φορά από το $B \rightarrow \Gamma$ και στην πλευρά $B\Gamma$ θα ασκείτο δύναμη Laplace με φορά προς τα δεξιά. Αλλά τότε το πλαίσιο θα κινηθεί επιταχυνόμενο και θα γινόταν ευκολότερη η είσοδός του στο πεδίο.

Αντίθετα στο 2^ο σχήμα που η φορά του ρεύματος είναι από το $\Gamma \rightarrow B$ η ασκούμενη δύναμη Laplace έχει αντίθετη φορά από την ταχύτητα «προσπαθώντας να αντισταθεί» στην κίνηση του πλαισίου.

Με βάση λοιπόν τον κανόνα του Lenz, το 2^ο σχήμα περιγράφει σωστά την κατάσταση.

Ας δούμε όμως λίγο αναλυτικότερα, τι ακριβώς συμβαίνει με τις ασκούμενες δυνάμεις στο πλαίσιο, στην θέση x . Δυνάμεις Laplace ασκούνται στις τρεις πλευρές του πλαισίου που βρίσκονται μέσα στο πεδίο, με κατευθύνσεις όπως στο σχήμα. Όμως για τα μέτρα των δύο δυνάμεων στις πλευρές AB και $\Gamma\Delta$ έχουμε:

$$F_1 = F_2 = B \cdot I \cdot x$$



Ενώ η δύναμη στην πλευρά $B\Gamma$, η οποία έχει κατεύθυνση αντίθετη της ταχύτητας, έχει **μέτρο**:

$$F_L = B \cdot I \cdot \ell = 1,5 \cdot 3 \cdot 0,8 \text{ N} = 3,6 \text{ N}$$

Αλλά τότε η συνισταμένη δύναμη από το μαγνητικό πεδίο είναι αυτή στην πλευρά $B\Gamma$ (οι άλλες δύο αλληλοεξουδετερώνονται). Για να μπορεί όμως το πλαίσιο να κινείται με σταθερή ταχύτητα, θα πρέπει να του ασκούμε και κάποια ακόμη δύναμη (ας την πούμε **εξωτερική** δύναμη F), αντίθετη της δύναμης Laplace, με φορά προς τα δεξιά και μέτρο $F = F_L = 3,6 \text{ N}$.

Όλα αυτά βέβαια για όσο χρόνο διαρκεί η είσοδος στο πεδίο ($0-0,8\text{s}$) αφού στη συνέχεια δεν υπάρχει

επαγωγικό ρεύμα, ούτε δύναμη από το μαγνητικό πεδίο, οπότε δεν απαιτείται και κάποια επιπλέον εξωτερική δύναμη για την κίνηση του πλαισίου.

v) Η ισχύς της δύναμης F δίνεται από την εξίσωση:

$$P = F \cdot v$$

Οπότε παραμένει σταθερή σε όλη τη διάρκεια της εισόδου με τιμή:

$$P = F \cdot v = 3,6 \cdot 1 \text{ W} = 3,6 \text{ W}$$

Ενώ αντίστοιχα η ηλεκτρική ισχύς στο πλαίσιο είναι ίση με:

$$P_{\eta\lambda} = |E| \cdot |I| = 1,2 \cdot 3 \text{ W} = 3,6 \text{ W}$$

Θα μπορούσαμε ισοδύναμα να υπολογίσουμε την ισχύ που εμφανίζεται ως θερμότητα, από τον νόμο του Joule:

$$P_Q = I^2 R = 3^2 \cdot 0,4 \text{ W} = 3,6 \text{ W}$$

Είτε το ένα επιλέξουμε είτε το άλλο, αυτό που πρέπει να τονιστεί είναι το εξής:

Η είσοδος του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο συνοδεύεται από ενέργεια ηλεκτρική στο κύκλωμα. Αλλά αυτή η ενέργεια δεν έρχεται από το πουθενά, είναι η ενέργεια που μεταφέρεται στο πλαίσιο, μέσω του έργου της απαραίτητης εξωτερικής δύναμης F . Έχουμε δηλαδή μετατροπή της μηχανικής ενέργειας σε ηλεκτρική.

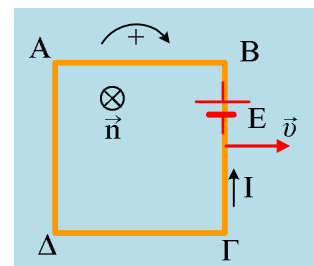
vi) Αν αντί για ισχύ θελήσουμε τις ενέργειες στο χρονικό διάστημα 0-0,8s (στη συνέχεια δεν έχουμε φαινόμενο επαγωγής και ενεργειακές μετατροπές), θα έχουμε:

$$E_{\eta\lambda} = Q = I^2 R t = 3^2 \cdot 0,4 \cdot 0,8 \text{ J} = 2,88 \text{ J και}$$

$$W_F = F \cdot x = F \cdot a = 3,6 \cdot 0,8 \text{ J} = 2,88 \text{ J.}$$

Σχόλιο για καθηγητές.

Αν (όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενες αναρτήσεις) παίρνοντας την κάθετη στο πλαίσιο προς τα μέσα, έχουμε θεωρήσει θετική φορά περιμετρικής διαγραφής, αυτή του σχήματος (δεξιόστροφη διαγραφή), τότε το αρνητικό πρόσημο στην ΗΕΔ ή στην ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος, σημαίνει απλά ότι έχουν αντίθετη φορά...



dmargaris@gmail.com